



Michał KOPACZ*

Wykorzystanie rozkładów statystycznych miąższości pokładów do prognozy wielkości zasobów operatywnych węgla kamiennego

Streszczenie: Niniejszy artykuł stanowi kontynuację rozważań autora nad badaniem wpływu czynników związanych z geologią i tektoniką złóż węgla, uwarunkowaniami technicznymi, produkcyjnymi, organizacyjnymi i ekonomicznymi na wartość górniczych projektów inwestycyjnych. W niniejszej publikacji skoncentrowano się w szczególności na badaniu właściwości rozkładów miąższości węgla w pokładach, w celu wskazania ich dominującej roli i wysokiej przydatności przy szacowaniu wielkości zasobów operatywnych. Tezy te zostały zweryfikowane pozytywnie dla dwóch odrębnych pokładów węgla.

W pracach analitycznych dysponowano obszerną informacją pozyskaną z modelu geologicznego złóż Lubelskiego Zagłębia Węglowego, którym dysponuje Pracownia Pozyskiwania Surowców Mineralnych IGSMiE PAN. Z modelu wyekstrahowano dane określające przestrzenną zmienność miąższości i gęstości węgla dla wyselekcjonowanych pokładów złóż. Wygenerowane z modelu geologicznego zbiory danych traktuje się jako przedstawiające pewien stan wiedzy i będące jedynie interpretacją zawartej tam informacji geologicznej.

W celu realizacji tezy badawczej skonstruowano rozkłady teoretyczne i empiryczne miąższości węgla w pokładzie 391 obszaru „Puchaczów V” oraz w pokładzie 382 w obszarze „Ostrów”. Są to pokłady jeszcze niezagospodarowane. Wykazano, że przy wykorzystaniu odpowiednio dobranych rozkładów statystycznych można wiarygodnie przybliżyć ilość zasobów operatywnych w określonych przedziałach miąższości. Punktem odniesienia dla weryfikacji jakości prognozy były zasoby operatywne ścian zlokalizowanych w analizowanych pokładach oszacowane przy pomocy odrębnych narzędzi informatycznych (narzędzia do harmonogramowania produkcji) i zgodne z danymi udostępnionymi w dokumentacjach tych pokładów.

Opracowana metoda badawcza stanowi stosunkowo nieskomplikowaną alternatywę dla tradycyjnych metod geostatystycznych. Problem zmienności przestrzennej zasobów węgla w pokładach redukuje się zasadniczo do miąższości i może być rozpatrywany tak na poziomie pojedynczej ściany jak i pokładu, czy ostatecznie – całego złoża. Jakość prognozy wartości średniej wielkości zasobów była weryfikowana przy pomocy metody *bootstrap* nieparametrycznego. W metodzie tej analizuje się daną statystykę, próbując wielokrotnie dane empiryczne (nie ma żadnych założeń wobec pierwotnego lub wymaganego rozkładu danej statystyki – np. rozkładu normalnego). Warunkiem krytycznym wykorzystania zaproponowanego podejścia jest posiadanie źródła wiarygodnej informacji geologicznej – np. modelu złoża, z którego można wygenerować reprezentatywne i liczne zbiory danych.

Słowa kluczowe: górnictwo, symulacja, model geologiczny, miąższość pokładów węgla, gęstość przestrzenna, rozkłady statystyczne

* Dr inż., Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Kraków; e-mail: kopacz@meeri.pl

The use of statistical distributions of coal seams thickness for forecasting the amount of operational coal reserves

Abstract: This paper is a continuation of the author's reflections on the study of the influence of factors related to the geology and tectonics of coal deposits as well as the influence of technical, production, organizational and economic conditionings on the value of mining investment projects. The publication focuses in particular on the study of the properties of distributions of coal seams thickness, in order to indicate its dominant role and high usefulness in estimating the amount of operational reserves. These claims were positively verified for two separate coal seams.

The analytical works were supported by the extensive information from the model of geological deposits of the Lublin Coal Basin, which is in possession of the Department of Mineral Resources Acquisition at the Mineral and Energy Economy Research Institute of the Polish Academy of Sciences (MEERI PAS). The records defining the spatial variability of thickness and density for selected coal seams were extracted from the model.

In order to implement the research arguments, theoretical and empirical distributions of coal thickness in the seam 391 of the „Puchaczów V” mining area and the seam 382 in the “Ostrów” mining area were constructed. They are still undeveloped seams, available for future exploitation. It has been proven that by using appropriately selected statistical distributions, one can reliably approximate the amount of operational reserves in certain thickness intervals. The point of reference for verifying the quality of forecasts were the operational reserves of the longwalls located in the analyzed seams estimated using separate IT tools and consistent with the official data. The developed research method is an interesting and relatively uncomplicated alternative to traditional geostatistical methods, supporting the process of variability assessment and estimation of the amounts of the useful mineral. In the developed simulation method the problem of spatial variability of the density and the thickness of coal seams is reduced substantially to the thickness of coal, and may be considered at the level of a single longwall or seam or even definitively – the entire deposit. The quality of the average value forecast was verified using the nonparametric bootstrap technique. The bootstrap technique analyzes the given statistics, multiple times sampling the empirical data (there are no assumptions to the original or the required distribution of the statistics – eg. the normal distribution).

The critical condition for the use of the proposed approach is to have a reliable source of geological information – eg. a model of the deposit, from which one can generate representative and numerous collections of data.

Keywords: mining, simulation model, geological model, coal seams thickness, spatial density, statistical distributions

Wprowadzenie

Zasoby węgla w złożu stanowią podstawę wyceny wartości górniczych projektów inwestycyjnych. Czynniki decydującymi o przydatności zasobów węgla są: typ, jakość i miąższość pokładu węgla, jego nachylenie, stopień zuskokowania czy spękania stropu. Ważna też jest ilość przerostów węgla mogąca obniżać efektywność ekonomiczną kopalni. Nie bez znaczenia jest również poziom zagrożeń naturalnych utrudniających zwykle prowadzenie wydobywania (Budryk 1952; Gabzdyl 1988; Piechota 2008).

Czynniki związane z warunkami geologicznymi występowania pokładu, w szczególności z jego tektoniką, jak i aspekty związane z przyszłym modelem funkcjonowania kopalni i jej infrastrukturą, mają kluczowe znaczenie na etapie zaliczania zasobów do kategorii zasobów operacyjnych, które mogą być przedmiotem efektywnego ekonomicznie wydobywania. Z całości zasobów eliminuje się więc uprzednio te, których wydobywanie ze względu na uwarunkowania geologiczne i ograniczenia techniczne jest nieefektywne bądź wręcz niemożliwe. Efektywność ekonomiczna procesu eksploatacji w obrębie zasobów przemysłowych pomniejszonych o straty jest w dużym stopniu determinowana miąższością eksploatowanych ścian, nachyleniem, czy też poziomem zagrożeń w nich występujących. Znaczenie miąższości i błędów jej pomiaru akcentuje również (Górecka 1981). Istnieje ponadto wiele

innych czynników technicznych związanych z systemem eksploatacji, posiadanym parkiem maszynowym, organizacją pracy, czy też umiejętnościami i doświadczeniem załogi, które wpływają na łączną ocenę efektywności wydobywania (Kicki i Sobczyk 2003). Wielorakość tych kwestii przesądza o wysokim poziomie złożoności działalności górniczej, w szczególności w kopalniach podziemnych. Nie wszystkie te czynniki występują jednak jednocześnie.

Ilość zasobów operatywnych jest wiarygodnie przybliżana dopiero po wykonaniu odpowiedniej rozrywki pokładu i zliczeniu zasobów w poszczególnych ścianach. Tego typu prace wykonywane są niejednokrotnie w zaawansowanych narzędziach do planowania i harmonogramowania produkcji. Wymagają często sporego nakładu pracy i środków pieniężnych (Kicki i Dyczko 2012; Dyczko i Galica i in. 2012; Brzywczy 2012; Probiez 2003; Magda i in. 2002). W niniejszej publikacji skoncentrowano się na badaniu właściwości rozkładów miąższości pokładów węgla, w celu wskazania ich wysokiej przydatności przy szacowaniu wielkości zasobów w złożach węgla kamiennego.

Tezę o potencjalnej przydatności rozkładów miąższości zweryfikowano na dwóch indywidualnych przypadkach, tj. w pokładzie 391 w obszarze „Puchaczów V” oraz w pokładzie 382 w obszarze „Ostrów”. Bazą odniesienia dla określenia błędu prognozy były zasoby operatywne stwierdzone na podstawie odrębnych prac, w okresach wcześniejszych. Zasoby te pokrywają się z oszacowaniami dostępnymi w dokumentacjach geologicznych, czy planach zagospodarowania tych złóż.

1. Ocena ilościowa zasobów węgla

W ocenie wielkości zasobów węgla bierze się pod uwagę stopień rozpoznania. Stopień rozpoznania i pewności wielkości zasobów złoża zależy od gęstości siatki rozpoznania lub formy rozpoznania tzn. czy możliwe jest i prowadzone było przykładowo rozpoznanie wyrobiskami dołowymi. W przypadku zasobów węgla stwierdza się, że przy siatce otworów wiertniczych mniejszej niż 1,5 km (I i II grupa złóż) (Nieć 1990), można dokumentować złoża w kategorii C1 i wyższych. Aby uzyskać pewność w kategorii B lub A, konieczne jest dysponowanie wiarygodną informacją z bezpośredniego opróbowania pokładu prowadzonego przez służby geologiczne kopalń.

Dysponując na wczesnych etapach rozpoznania złóż wyłącznie informacją pozyskaną z otworów powierzchniowych (czasami również – nielicznych – dołowych), dokładność odwzorowania faktycznej wielkości i jakości zasobów w danym pokładzie (złożu) jest ograniczona, zwłaszcza we wczesnych etapach rozpoznania złoża, gdy wykorzystuje się informację pochodzącą z nielicznych otworów powierzchniowych. W praktyce, na etapie eksploatacji, następuje niejednokrotnie negatywna weryfikacja zarówno wielkości, jak i jakości zasobów, na co wskazuje m.in. (Nieć 1981, 2007).

W celu zwiększenia stopnia pewności oszacowania zasobów pomiędzy otworami lub w częściach niezbadanych metodą otworową stosuje się techniki i narzędzia geostatystyczne. Przy pomocy semiwariogramów parametrów złożowych dokonuje się oceny zmienności danego parametru w złożu, zasięgu określonej struktury zmienności, a na tej podstawie przybliża się ocenę ilościowo-jakościową zasobów (Mucha i in. 2007; Naworyta 2015). Stabilność parametrów modeli geostatystycznych i ich zdolność prognostyczna jest często ograniczona z uwagi na ilość i jakość danych (Kokesz 2006, 2015).

Wielkość zasobów złoża szacuje się m.in. wykorzystując następujący wzór:

$$Z = M \cdot S \cdot \rho$$

gdzie:

- Z – zasoby,
- M – miąższość pokładu,
- S – powierzchnia,
- ρ – gęstość przestrzenna węgla.

Wobec oczekiwanej wielkości zasobów w złożu konstruuje się przedziały ufności dla nieznannej wartości średniej. Wykorzystuje się do tego wartość średnią wyliczoną na bazie próby, szacując przedział ufności na bazie rozkładu normalnego. Tymczasem w praktyce, we wczesnych stadiach rozpoznania złóż, nie ma pewności wobec typu rozkładu określonego parametru złożowego. Dla zasobów określanych jako geologiczne, czy też bilansowe mogą występować przykładowo rozkłady wielomodalne. Rzadko też buduje się przedziały ufności przy wykorzystaniu rozkładów innych niż normalny, czy t-Studenta (Sobczyk 2006).

We wzorze (1) występują 3 parametry zmienne. W badaniach empirycznych wykazano, że w określonych warunkach powierzchnia nie stanowi kryterium determinującego dokładność oszacowania wielkości zasobów operatywnych (Nieć 1990). Istnieje też możliwość wyeliminowania gęstości przestrzennej bez istotnego pogorszenia jakości wyników.

Badania empiryczne przeprowadzone przez autora wykazują przydatność rozkładu miąższości pokładu węgla bez przerostów do przybliżenia wielkości zasobów operatywnych w określonych granicach miąższości. Wartością odniesienia była wielkość zasobów określona poprzez losową aproksymację wszystkich parametrów zmiennych w formule 1. Następnie policzono względną różnicę wielkości zasobów wyliczonych w metodzie symulacyjnej oraz zasobów stwierdzonych w pokładzie 391 w obszarze „Puchaczów V”, którą odniesiono do zasobów tego pokładu. Procedurę tę przeprowadzono tak dla zasobów bilansowych, jak i operatywnych analizowanych w pokładach (wzór 4). Prognozę wielkości zasobów bilansowych pokładu 391 i pomiar błędu tej prognozy w metodzie symulacyjnej przedstawiono w tabeli 1, natomiast zasobów operatywnych w pokładzie 382 w obszarze „Ostrów” – odpowiednio w tabeli 2. Można zauważyć, iż w przypadku, kiedy symulowane są jednocześnie wszystkie parametry formuły 1, poziom błędu oszacowania wielkości zasobów w poszczególnych przedziałach miąższości w pokładzie 391 jest bardzo mały, i nieco wyższy w przypadku pokładu 382. Najwyższa wartość błędu nie przekracza jednak 4%. Jeżeli wykorzystując tylko rozkład miąższości węgla w analizowanych pokładach możemy uzyskać zbliżone wartości błędów oszacowania wielkości zasobów operatywnych w poszczególnych granicach miąższości, to jest to tym samym satysfakcjonująca weryfikacja proponowanej metody badawczej.

2. Źródła danych

Źródłem danych empirycznych był posiadany przez Pracownię Pozyskiwania Surowców Mineralnych IGSMiE PAN model geologiczny oraz rozcinki pokładu 391 w obszarze „Puchaczów V” i „K3” oraz pokładu 382 w obszarze „Ostrów”. Model dla obszaru

TABELA 1. Prognoza wielkości zasobów bilansowych w pokładzie 391 w różnych przedziałach miąższości przy użyciu formuły nr 1 oraz pomiar błędu prognozy

TABLE 1. The forecast of the amount of balanced resources in the seam 391 in various intervals of thickness using formula no. 1 and the measurement of the forecast's error

Wyszczególnienie	Zasoby bilansowe	Zasoby* Zasoby*	Błąd prognozy	Powierzchnia [km ²]	Liczba bloków w siatce pomiarowej	Łączna powierzchnia bloków [m ²]	Miąższość węgla [m]	Gęstość przestrzenna [g/cm ³]
powyżej 1,2 m	119 118,2	119 118,4	0,00%	41 155,3	4 516	9 147	2,15	1,34
powyżej 1,5 m	109 358,0	109 126,1	-0,21%	35 756,8	3 939	9 103	2,27	1,34
powyżej 1,8 m	100 885,3	100 923,2	0,04%	31 911,3	3 513	9 094	2,35	1,34
powyżej 2,1 m	87 681,6	87 709,7	0,03%	26 797,2	2 963	9 092	2,42	1,35

* Zasoby oszacowane ze wzoru nr 1; wartości średnie odpowiednio z rozkładów empirycznych.

Źródło: opracowanie własne

TABELA 2. Prognoza wielkości zasobów operatywnych w pokładzie 382 w różnych przedziałach miąższości przy użyciu formuły nr 1 oraz pomiar błędu prognozy

TABLE 2. The forecast of the amount of operational reserves in the seam 382 in various intervals of thickness using formula no. 1 and the measurement of the forecast's error

Wyszczególnienie	Zasoby operatywne	Zasoby* Zasoby*	Błąd prognozy	Powierzchnia [km ²]	Liczba bloków w siatce pomiarowej	Łączna powierzchnia bloków [m ²]	Miąższość węgla [m]	Gęstość przestrzenna [g/cm ³]
powyżej 1,2 m	89 537,4	86 060,7	-3,88%	33,3	20 977	1 587,3	1,89	1,37
powyżej 1,5 m	82 929,0	81 824,9	-1,33%	30,5	20 076	1 520,2	1,96	1,37
powyżej 1,8 m	75 342,8	76 391,8	1,39%	27,4	15 575	1 756,7	2,04	1,37

* Zasoby oszacowane ze wzoru nr 1; wartości średnie odpowiednio z rozkładów empirycznych.

Źródło: opracowanie własne

„Puchaczów V” i „K3” został skonstruowany na bazie łącznie ponad 530 tys. rekordów, w szczególności (Kopacz 2016):

- 97 otworów badawczych powierzchniowych z opisem wszystkich wydzieleń litologicznych,
- 125 otworów badawczych dołowych, długich wraz z opisem wszystkich wydzieleń litologicznych,
- 337 rekordów z profilowania ścian oraz 5809 z profilowania wyrobisk,
- 1336 zestawy analiz jakościowych.

Dla obszaru „Ostrów” wprowadzono do bazy ponad 70 tys. rekordów obejmujących:

- 43 otwory badawcze powierzchniowe z opisem wszystkich wydzieleń litologicznych,
- 626 zestawów analiz jakościowych.

Przekrój informacyjny danych pozyskanych z modelu geologicznego obejmował:

- miąższość pokładu (miąższość węgla wraz z przerostami),
- miąższość węgla w pokładzie,
- miąższość przerostów,
- gęstość przestrzenną zasobów węgla.

Próbka danych wygenerowanych z modeli geologicznych obu obszarów obejmowała zasadniczo rejon projektowanej eksploatacji. Przy szacowaniu wielkości zasobów operatywnych wyłączono rekordy, w których stwierdzono miąższości pokładu węgla znacząco niższe niż 1,2 m. Należy nadmienić, iż wygenerowane z modelu geologicznego zbiory danych traktuje się jako przedstawiające pewien stan wiedzy i będące jedynie interpretacją zawartej tam informacji geologicznej.

W tabeli 3 zestawiono oszacowania zasobów operatywnych dla pokładzie 391 oraz w pokładzie 382. Zestawiono również powierzchnię, która wynika bezpośrednio z sumowania powierzchni ścian o średnich miąższościach spełniających warunek brzeżny. Wykazane w tabeli zasoby (w poszczególnych granicach miąższości) stanowiły wartości odniesienia w procedurze oceny błędu względnego prognozy.

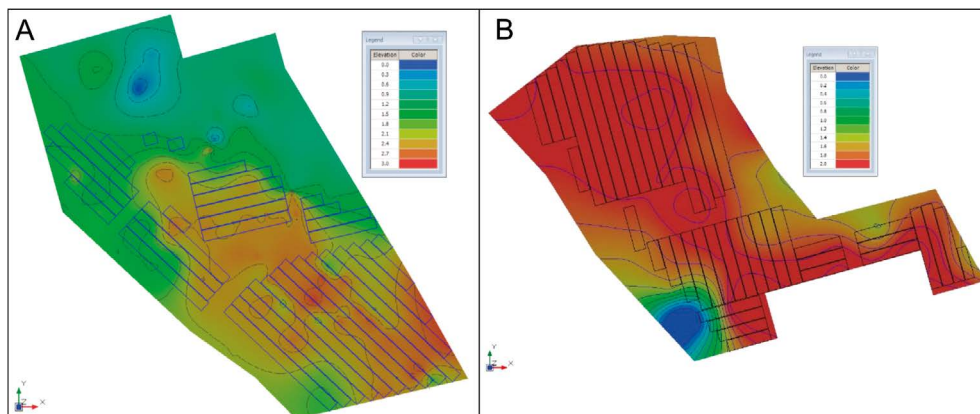
Zasoby operatywne w pokładzie 391 wynoszą blisko 87,5 mln Mg, podczas gdy w wydzielonej części pokładu 382 odpowiednio 89,5 mln Mg.

TABELA 3. Zestawienie wielkości zasobów operatywnych ścian w pokładach 391 i 382 w różnych przedziałach miąższości

TABLE 3. Specification of the amounts of operational reserves of longwalls in seams 391 and 382 at different thickness intervals

Wyszczególnienie	Pokład 391		Pokład 382	
	Zasoby	Powierzchnia	Zasoby	Powierzchnia
powyżej 1,2 m	87 511 097,6	30 424 327,6	89 537 390,8	33 297 822,0
powyżej 1,5 m	83 267 398,6	28 019 523,6	82 929 001,1	30 519 393,8
powyżej 1,8 m	73 976 976,1	23 761 960,2	75 342 756,1	27 361 303,3
powyżej 2,1 m	63 881 481,5	19 960 723,1	nd.	nd.

Poglądową rozciętkę pokładu 391 i 382 zaprezentowano na rysunku 1. Należy nadmienić, iż w przypadku obszaru „Ostrów” w pokładzie 382 wydzielono tylko tę część, która będzie mogła być w przyszłości zagospodarowana w kierunku górnictwem.



Rys. 1. Poglądowe rozciętki i lokalizacja ścian: A – pokład 391, B – wydzielony obszar w pokładzie 382. Intensywność kolorów przedstawia gradient miąższości

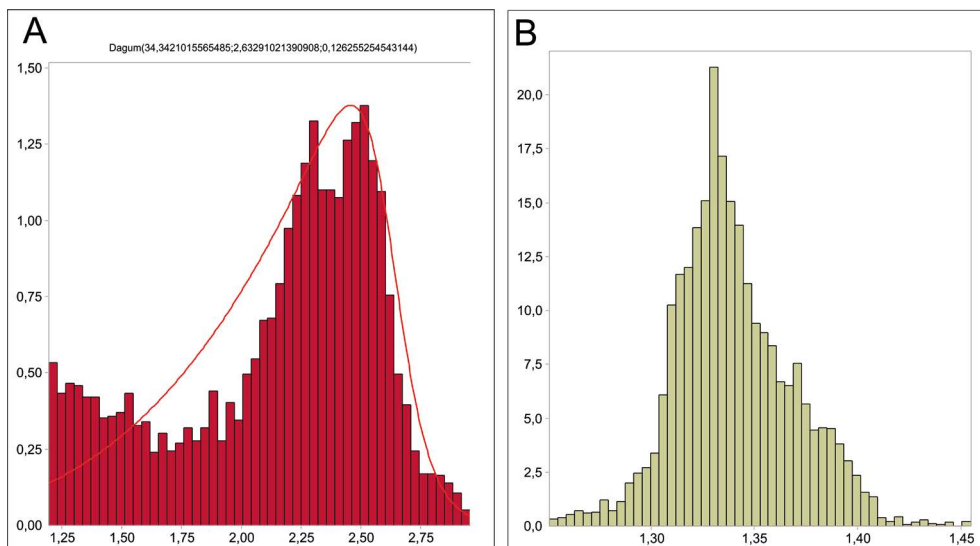
Fig. 1. Demonstrative panelling and location of longwalls: A – seam 391, B – a separate area in the seam 382. The intensity of the color gradient corresponds to the thickness

Rozkłady miąższości

W prowadzonych analizach interesują nas w szczególności właściwości rozkładów miąższości pokładów węgla. Na rysunku 2 i 3 przedstawiono dodatkowo rozkłady gęstości przestrzennej wygenerowane na bazie danych empirycznych odpowiednio dla pokładów 391 i 382. Przedstawione rozkłady różnią się parami w istotny sposób.

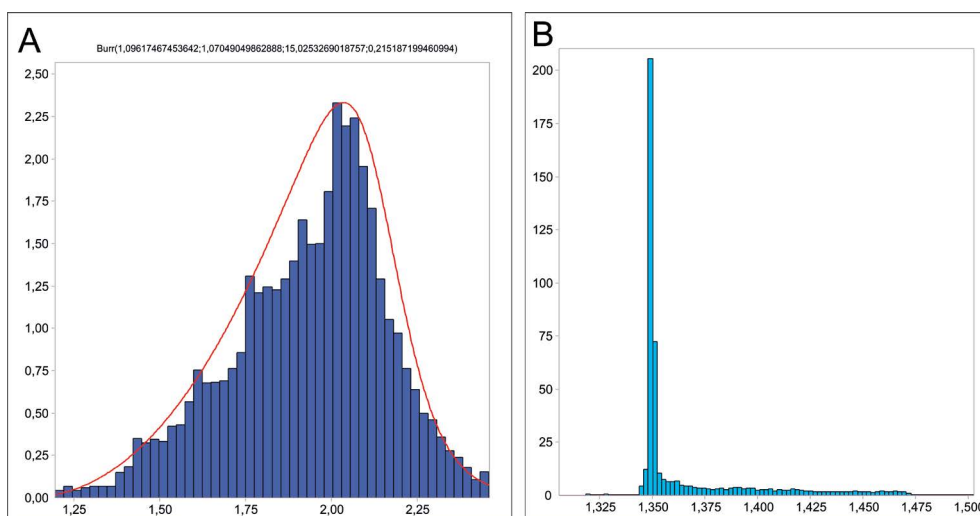
W danych empirycznych rozkładu miąższości w pokładzie 391 widoczny jest stosunkowo duży odsetek obserwacji w lewym ogonie. Są one pozostałością wpływu dużej ilości obserwacji koncentrujących się w rejonie miąższości rzędu 0,9–1,2 m, wyraźnie widocznych w rozkładzie zasobów bilansowych tego pokładu. Rozkład zasobów bilansowych cechuje wyraźna dwumodalność, obejmująca cechy rozwarstwienia tego pokładu m.in. w obszarze „Puchaczów V”. Do danych empirycznych miąższości dopasowano ostatecznie rozkład Daghuma. Podstawą wyboru były wartości kryteriów informacyjnych Schwarza, Akaikego oraz Hannana-Quenna dla poszczególnych rozkładów (wybrano ostatecznie rozkład o najniższej wartości kryterium Schwarza). Należy jednak stwierdzić, iż dopasowanie tego rozkładu jest niesatysfakcjonujące w szczególności w rejonie obserwacji skrajnych.

Z kolei rozkład miąższości w pokładzie 382 jest bardziej regularny i symetryczny. Kurtatoza tego rozkładu jest bliska 3, co wskazuje na podobieństwo do rozkładu normalnego. Wartość oczekiwana (średnia) w tym rozkładzie jest niewiele niższa niż w przypadku rozkładu miąższości pokładu 391 (2,0 m vs 2,2 m) (tab. 1), natomiast odchylenie standardowe jest blisko dwukrotnie niższe, co wskazuje na koncentrację obserwacji wokół wartości średniej. Do danych empirycznych miąższości dobrano rozkład Burra, stosując tę samą procedurę, co w przypadku rozkładu miąższości pokładu 391.



Rys. 2. Rozkład miąższości (A) i rozkład gęstości przestrzennej (B) węgla w pokładzie 391

Fig. 2. Thickness distribution (A) and spatial density distribution of the coal in the seam 391



Rys. 3. Rozkład miąższości (A) i rozkład gęstości przestrzennej (B) węgla w pokładzie 382

Fig. 3. Thickness distribution (A) and spatial density distribution of the coal in the seam 382

Na rysunkach 2 i 3 zaprezentowano rozkłady gęstości przestrzennej węgla w analizowanych pokładach. Różnią się one wyraźnie kształtem, wskazującym jednak na zdecydowanie wyższą zmienność analizowanych parametrów w pokładzie 391 niż w pokładzie 382 w rejonie „Ostrów”.

W tabeli 4 dołączono z kolei podstawowe charakterystyki opisowe prezentowanych rozkładów.

TABELA 4. Podstawowe charakterystyki opisowe rozkładów miąższości węgla w pokładach 391 i 382

TABLE 4. Basic descriptive characteristics of the coal seams thickness distributions in the seams 391 and 382

Wyszczególnienie	Pokład 391		Pokład 382	
	rozkład Daguma	rozkład empiryczny	rozkład Burra	rozkład empiryczny
Statystyki położenia				
Średnia	2,1538	2,1515	1,9355	1,9354
Minimum	0,34	1,20	1,16	1,20
Maksimum	3,22	2,99	2,80	2,48
Statystyki rozproszenia				
Odchylenie standardowe	0,42	0,43	0,23	0,23
Wariancja	0,18	0,18	0,05	0,05
Współczynnik zmienności	0,20	0,20	0,12	0,12
Statystyki kształtu				
Skośność	-0,88	-0,68	-0,43	-0,42
Kurtoza	3,61	2,45	3,09	2,97
Percentyle				
5,00%	1,33	1,30	1,52	1,51
95,00%	2,69	2,69	2,26	2,28

Źródło: opracowanie własne

3. Metoda badawcza

Zakładamy, że istnieje możliwość wykorzystania odwróconej dystrybuanty rozkładu miąższości do oszacowania prawdopodobieństwa zmiennej losowej X_i oraz $P(X_i \geq M_k)$, gdzie M_k stanowi granicę miąższości węgla w rozkładzie empirycznym lub teoretycznym najlepiej dobranym. Schemat postępowania w ujęciu graficznym zaprezentowano na rysunku 3.

W pierwszej kolejności wyznaczane są granice miąższości węgla w pokładzie, dla których szacowane będą wielkości zasobów węgla $Z_k (k = 1, 2, 3, \dots)$, gdzie k jest liczbą przedziałów miąższości (etap 1). Następnie określone jest prawdopodobieństwo p_k , że zmienna losowa X_i będzie pochodzić z określonego przedziału miąższości węgla w rozkładzie empirycznym lub teoretycznym. Przedział ten określa wartość dolną i górną miąższości – w tym przypadku maksimum, dla którego szacuje się zasoby w etapie 2. Prawdopodobieństwo p_k wyznaczone jest poprzez odwrócenie dystrybuanty rozkładu empirycznego lub teoretycznego rozkładu miąższości i odpowiada ono udziałowi zasobów w granicach $\langle m_1; \max \rangle$,

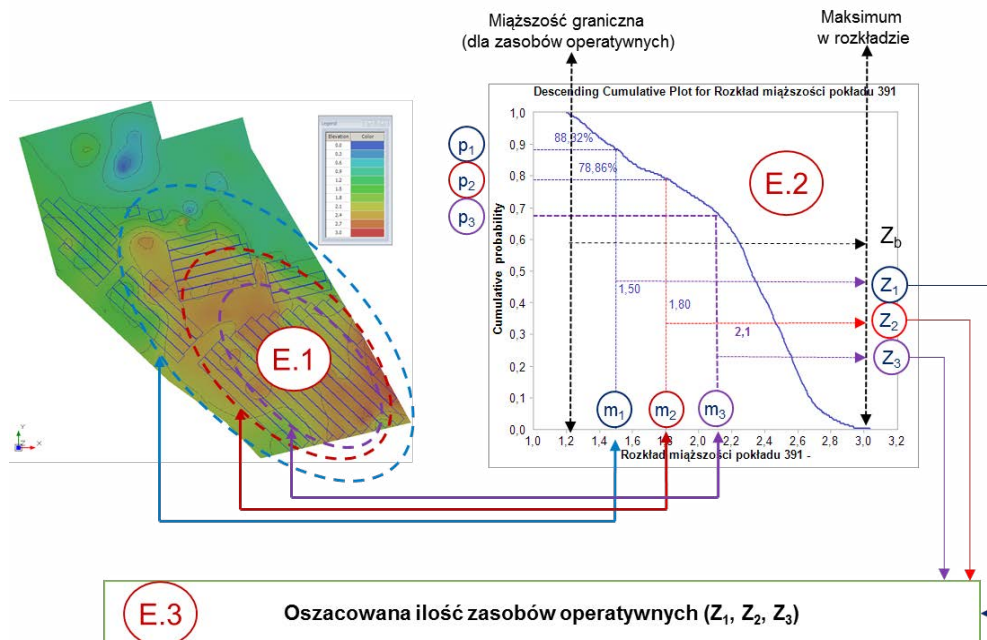
$<m_1; \max$), etc. Ostatecznie dla każdego przedziału miąższości wyliczane są zasoby jako iloczyn całkowitej wielkości zasobów operatywnych Z_b (powyżej ustalonej granicy miąższości) oraz prawdopodobieństwa (etap 3). Tak ustalona wielkość zasobów w danym przedziale miąższości stanowi punkt odniesienia dla określenia błędów prognozy. Przykładowo, zgodnie z rysunkiem 4, skumulowana gęstość prawdopodobieństwa zasobów operatywnych powyżej miąższości 1,5 m wynosi 88,3%, co należy interpretować, że blisko 88% całości zasobów operatywnych mieści się w przedziale $<1,5; 2,99$ m (dla rozkładu empirycznego miąższości pokładu 391). Proces ten zilustrowano następującym wzorem:

$$Z_k(x_i \geq m_k) = Z_b \cdot p_k \quad (2)$$

gdzie:

- Z_k – wielkość zasobów w danym przedziale miąższości pokładu,
- x_i – zmienna losowa,
- m_k – dolna granica przedziału miąższości,
- Z_b – całkowite zasoby operatywne w pokładzie powyżej miąższości granicznej,
- p_k – skumulowane prawdopodobieństwo dla zasobów w określonym przedziale miąższości.

Badania empiryczne ujawniły, iż bezpośrednio wykorzystanie rozkładu empirycznego lub najlepiej dobranego rozkładu teoretycznego nie musi gwarantować satysfakcjonują-



Rys. 4. Graficzna prezentacja opracowanej metody badawczej

Fig. 4. Graphical presentation of the developed research method

cego przybliżenia wielkości zasobów w określonych przedziałach miąższości. Wynika to z różnic w kształtach rozkładów, niekiedy bardzo znaczących i nielosowego charakteru zmienności miąższości. W związku z tym, do wzoru 2 wprowadzono poprawkę wiążącą wartość średnią w empirycznym lub teoretycznym rozkładzie miąższości pokładu (s_r) z wartością średnią miąższości w zbiorze danych empirycznych s_b dla całości zasobów w wydzielonym obszarze pokładu wg następującego wzoru:

$$Z_k = Z_b \cdot p_k \cdot \frac{s_b}{s_r} \quad (3)$$

W badaniach modelowych założono 3 umowne granice miąższości $m_k \in \{1,5; 1,8; 2,1\}$ m.

Jak wspomiano, badania dokładności prognozy zasobów przeprowadzono dla dwóch różnych typów rozkładów miąższości:

- najlepiej dobranego rozkładu teoretycznego (odpowiednio Daguma lub Burra),
- rozkładów empirycznych w zbiorach danych pokładu 391 i 382.

Przez rozkład empiryczny miąższości rozumie się rozkład utworzony na bazie danych pierwotnych, pochodzących z geologicznego modelu złoża. Dla tych danych konstruowano rozkład relatywnego skumulowanego prawdopodobieństwa na podstawie częstości występowania poszczególnych zmiennych empirycznych. Funkcję $F_{(x)}$ tego rozkładu można przed-

stawić umownie jako $F_{(x)} = \frac{i}{n+1}$, gdzie i stanowi liczbę porządkową (rangę, klasę) w roz-

kładzie, n natomiast liczbę zmiennych. $F_{(x)}$ może być aproksymowana z kolei wartością średnią z rozkładu beta $\beta(1, n - i + 1)$.

Próbkowanie rozkładu empirycznego odbywa się w procedurze symulacyjnej i wykorzystuje właściwości standardowego rozkładu dwumianowego, z którego generowane są niezależne liczby losowe. Natomiast przy pomocy metody *bootstrap* nieparametrycznego weryfikowane są statystyki opisowe tego rozkładu, w szczególności dokładność oszacowania wartości średniej. W metodzie *bootstrap* analizuje się daną statystykę, próbkując wielokrotnie dane empiryczne (nie ma żadnych założeń wobec pierwotnego lub wymaganego rozkładu danej statystyki – np. rozkładu normalnego). Na tym tle ujawnia się główna zaleta tej metody i podejścia do oceny uzyskanych statystyk rozkładów.

Oszacowanie błędów oceny następuje poprzez porównanie wielkości zasobów wyznaczonych na podstawie opisanej procedury z wielkością zasobów zliczoną w poszczególnych ścianach o średniej miąższości spełniających określony warunek graniczny. Wykorzystuje się do tego następujący wzór:

$$g = \frac{(m_1 - m_b)}{m_b} \quad (4)$$

gdzie:

- g – błąd względny oceny [%],
- m_1 – ilość zasobów operatywnych oszacowana na bazie opisanej metody badawczej [Mg],

m_b – ilość zasobów oszacowana jako suma zasobów w poszczególnych ścianach spełniających graniczny warunek miąższości [Mg].

Wielkość zasobów operatywnych w ścianach dla pokładu 391 i 382 przedstawiono w tabeli 3.

4. Rezultaty analiz

W tabeli 5 zestawiono oszacowane wielkości zasobów operatywnych w pokładzie 391 oraz błędy tego oszacowania w poszczególnych granicach miąższości przy pomocy wzoru (2). Błąd prognozy jest stosunkowo duży i największy dla przedziału powyżej 1,2 m. Wyższą zdolnością prognostyczną w tym wypadku cechuje się rozkład Daguma.

TABELA 5. Wyniki prognozy wielkości zasobów operatywnych w pokładzie 391 w różnych przedziałach miąższości oraz pomiar błędu prognozy przy pomocy formuły nr 2

TABLE 5. The results of the forecast of the amount of operational reserves in the seam 391 in various intervals of thickness using formula no. 2 and the measurement of the forecast's error using formula no. 2

Wyszczególnienie	Zasoby operatywne (Zb) [tys. Mg]	Rozkład Daguma			Rozkład empiryczny		
		$P_k(x_i \geq m_k)$ [%]	zasoby operatywne [tys. Mg]	błąd prognozy [%]	$P_k(x_i \geq m_k)$ [%]	zasoby operatywne [tys. Mg]	błąd prognozy [%]
powyżej 1,2 m	87 511,1						
powyżej 1,5 m	83 267,4	91,5%	80 081,4	-3,8	86,2%	75 417,1	-9,4
powyżej 1,8 m	73 977,0	81,2%	71 024,0	-4,0	76,8%	67 182,3	-9,2
powyżej 2,1 m	63 881,5	62,9%	55 053,2	-13,8	64,5%	56 435,9	-11,7

Źródło: opracowanie własne

Natomiast w tabeli 6 przedstawiono ocenę jakości prognozy wielkości zasobów w pokładzie 391 przy użyciu formuły skorygowanej nr 3. Analizując tę tabelę można zauważyć poprawę jakości prognozy wyrażoną w ogólnie niższych błędach. Wyższą zdolnością prognostyczną w tym wypadku cechuje się jednak rozkład empiryczny. Najwyższa różnica wielkości zasobów, oszacowana przy pomocy rozkładu empirycznego, w przedziale miąższości powyżej 1,5 m nie przekracza 4%. Rozkład empiryczny generalnie zaniża szacunek wielkości zasobów w pokładzie 391.

W tabeli 7 zestawiono z kolei dane uzupełniające, pozwalające przeprowadzić skorygowaną procedurę oceny wielkości zasobów przy pomocy formuły nr 3.

W tabeli 8 ujęto z kolei oszacowane wielkości zasobów operatywnych w pokładzie 382 oraz błędy tego oszacowania w poszczególnych granicach miąższości przy użyciu wzoru 2. Dokładność prognozy w przypadku obu rozkładów jest zbliżona. W przedziale miąższości węgla powyżej 1,8 m błąd sięga 12%.

TABELA 6. Wyniki prognozy wielkości zasobów operacyjnych w pokładzie 391 w różnych przedziałach miąższości oraz pomiar błędu prognozy przy pomocy formuły nr 3

TABLE 6. The results of the forecast of the amount of operational reserves in the seam 391 in various intervals of thickness using formula no. 3 and the measurement of the forecast's error using formula no. 3

Wyszczególnienie	Zasoby operacyjne (Zb) [tys. Mg]	Rozkład Daguma			Rozkład empiryczny		
		$P_k(x_i \geq m_k)$ [%]	zasoby operacyjne [tys. Mg]	błąd prognozy [%]	$P_k(x_i \geq m_k)$ [%]	zasoby operacyjne [tys. Mg]	błąd prognozy [%]
powyżej 1,2 m	87 511,1						
powyżej 1,5 m	83 267,4	91,5%	84 534,4	1,52	86,2%	80 023,5	-3,9
powyżej 1,8 m	73 977,0	81,2%	77 521,7	4,79	76,8%	73 708,7	-0,4
powyżej 2,1 m	63 881,5	62,9%	61 911,9	-3,08	64,5%	63 795,9	-0,1

Źródło: opracowanie własne

TABELA 7. Zestawienie danych uzupełniających ocenę jakościową prognozy wielkości zasobów w pokładzie 391 przy pomocy formuły nr 3

TABLE 7. Summary of the data supporting a qualitative assessment of the amount of resources forecast in the seam 391 using the formula no. 3

Wyszczególnienie	Wartość średnia miąższości węgla [m]		
	pokładzie (zbiór danych)	rozkładzie Daguma	rozkładzie empirycznym
powyżej 1,2 m	2,1521		
powyżej 1,5 m	2,2718	2,152	2,141
powyżej 1,8 m	2,3490	2,152	2,141
powyżej 2,1 m	2,4202	2,152	2,141

Źródło: opracowanie własne

TABELA 8. Wyniki prognozy wielkości zasobów operacyjnych w pokładzie 382 w różnych przedziałach miąższości oraz pomiar błędu prognozy przy pomocy formuły nr 2

TABLE 8. The results of the forecast of the amount of operational reserves in the seam 382 in various intervals of thickness and the measurement of the forecast's error using formula no. 2

Wyszczególnienie	Zasoby operacyjne (Zb) [tys. Mg]	Rozkład Daguma			Rozkład empiryczny		
		$P_k(x_i \geq m_k)$ [%]	zasoby operacyjne [tys. Mg]	błąd prognozy [%]	$P_k(x_i \geq m_k)$ [%]	zasoby operacyjne [tys. Mg]	błąd prognozy [%]
powyżej 1,2 m	87 511,1						
powyżej 1,5 m	83 267,4	95,8	85 767,9	3,42	95,4	85 418,7	3,00
powyżej 1,8 m	73 977,0	74,2	66 418,8	-11,84	74,2	66 418,8	-11,84

Źródło: opracowanie własne

Natomiast w tabeli 9 przedstawiono skorygowaną prognozę zasobów w pokładzie 382 przy użyciu formuły nr 3. Maksymalny błąd prognozy sięga poziomu 7,0% (redukuje się o blisko 5 punktów procentowych). Można również stwierdzić, iż ten poziom błędów jest miarą pewnego szumu w danych empirycznych, którego nie uda się bardziej zredukować przy pomocy opracowanej metody. Odnosząc poziom błędów tej prognozy do wartości błędów w tabeli 2, można stwierdzić, iż jest to satysfakcjonujący rezultat.

TABELA 9. Wyniki prognozy wielkości zasobów operatywnych w pokładzie 382 w różnych przedziałach miąższości oraz pomiar błędów prognozy przy pomocy formuły nr 3

TABLE 9. The results of the forecast of the amount of operational reserves in the seam 382 in various intervals of thickness and the measurement of the forecast's error using formula no. 3

Wyszczególnienie	Zasoby operatywne (Zb) [tys. Mg]	Rozkład Daguma			Rozkład empiryczny		
		$P_k(x_i \geq m_k)$ [%]	zasoby operatywne [tys. Mg]	błąd prognozy [%]	$P_k(x_i \geq m_k)$ [%]	zasoby operatywne [tys. Mg]	błąd prognozy [%]
powyżej 1,2 m	87 511,1						
powyżej 1,5 m	82 929,0	95,8	95,895,8	4,70	95,4	86 478,9	4,28
powyżej 1,8 m	75 342,8	81,2%	70 047,0	-7,03	74,2	70 054,2	-7,02

Podobnie jak poprzednio, w tabeli 10 zestawiono dane uzupełniające, pozwalające przeprowadzić skorygowaną procedurę oceny wielkości zasobów przy pomocy formuły nr 3.

TABELA 10. Zestawienie danych uzupełniających ocenę jakościową prognozy wielkości zasobów w pokładzie 382 przy pomocy formuły nr 3

TABLE 10. Summary of the data supporting a qualitative assessment of the amount of resources forecast in the seam 382 using the formula no. 3

Wyszczególnienie	Wartość średnia miąższości węgla [m]		
	pokładzie (zbiór danych)	rozkładzie Burra	rozkładzie empirycznym
powyżej 1,2 m	1,9363		
powyżej 1,5 m	1,9601	1,936	1,936
powyżej 1,8 m	2,0421	1,936	1,936

Źródło: opracowanie własne

Poniżej zestawiono również wybrane statystyki weryfikujące jakość oceny wartości średnich w rozkładach empirycznych i teoretycznych uzyskane przy pomocy technik *bootstrap* nieparametrycznego. Analizując tabelę 11 oraz kształty histogramów wartości średnich na rysunku 4, można mieć niemalże pewność, że przy tej ilości danych empirycznych nieznanemu parametr wartości średniej będzie się mieścił pomiędzy 5 a 95 percentylem rozkładu

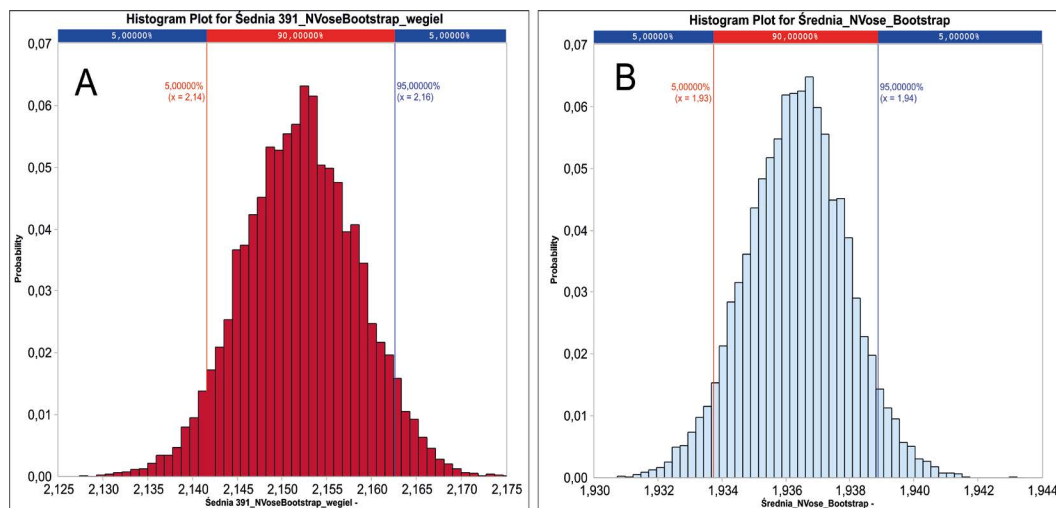
średniej. Można ponadto stwierdzić, że średnie w rozkładach teoretycznych i empirycznych stanowią bardzo dobrą aproksymację nieznanymi wartości średnich miąższości zasobów węgla w pokładach 391 i 382. Błędy względne we wszystkich przypadkach są bardzo niewielkie.

TABELA 11. Wyniki oceny wiarygodności wartości średnich w rozkładach Daguma, Burra oraz rozkładach empirycznych w technice *bootstrap* nieparametrycznego

TABLE 11. The results of the assessment of the credibility of the mean values in Dagum's, Burr's and empirical distributions in the nonparametric bootstrap technique

Wyszczególnienie	Pokład 391 rozkład miąższości	Pokład 382 rozkład miąższości	
	wybrane statystyki weryfikujące (bootstrap)		
Średnia	2,1520	1,9363	
Percentyl 5%	2,1415	1,9337	
Percentyl 95%	2,1626	1,9389	
Pokład 391		Pokład 382	
rozkład Daguma	rozkład empiryczny	rozkład Burra	rozkład empiryczny
błędy względne średniej		błędy względne średniej	
-0,08%	0,02%	0,04%	0,05%

Źródło: opracowanie własne



Rys. 3. Histogramy wartości średniej uzyskane w metodzie *bootstrap* nieparametrycznego.

Rysunek A – dla średniej w pokładzie 391, rysunek B – dla średniej w pokładzie 382

Fig. 3. Histograms of the mean value obtained using nonparametric bootstrap method.

On the figure A – the mean for the seam 391, on the figure B – the mean for the seam 382

Wnioski

W pracy podjęto próbę oceny wykorzystania rozkładu miąższości do prognozy wielkości zasobów w pokładach 391 obszaru „Puchaczów V” oraz wydzielonej części pokładu 382 obszaru „Ostrów”.

Na podstawie przeprowadzonych analiz można wysunąć zasadniczy wniosek, iż zaproponowana technika oceny wielkości zasobów w pokładach węgla jest użyteczna, a przy jej pomocy można uzyskiwać satysfakcjonujące przybliżenie wielkości zasobów węgla w określonych przedziałach miąższości pokładu. W opracowanej metodzie symulacyjnej problem wiarygodnej prognozy wielkości zasobów węgla w określonych przedziałach miąższości redukuje się zasadniczo do oceny miąższości (węgla) i może być rozpatrywany tak na poziomie pojedynczej ściany, pokładu, czy ostatecznie – całego złoża. Przy ocenie wiarygodności uzyskanej wartości średniej w dowolnym rozkładzie statystycznym bardzo pomocne staje się wykorzystanie metody *bootstrap* nieparametrycznego. Praca potwierdza ponadto istotne znaczenie typu, kształtu i jakości dopasowania rozkładu teoretycznego do danych empirycznych (lepszym rozkładem był rozkład empiryczny).

Niniejsza praca dostarcza argumentów, że wykorzystanie odpowiednio dużej ilości danych pochodzących z geologicznego modelu złoża może skrócić proces szacowania wielkości zasobów operatywnych.

Opracowana metoda należy do grupy metod statystycznych. Bazuje na przybliżeniu przestrzennej zmienności parametrów złożowych uzyskanym w modelu geologicznym złoża. Traktuje zawartą w nim informację jako pewien stan wiedzy i interpretacji informacji geologicznej. Nie kwestionuje przydatności tradycyjnych badań przestrzennej zmienności parametrów złożowych metodami geostatystycznymi oraz szacowania wielkości i jakości kopaliny użytecznej w złożach węgla kamiennego. Stanowi uproszczoną metodę przybliżania wielkości zasobów w określonych przedziałach miąższości bez konieczności wykonywania dokładnych rozciniek pokładów we wstępnych etapach rozpoznania złóż.

Wiarygodnie zbudowany rozkład miąższości może stanowić także podstawę określania faktycznego poziomu wydobycia brutto przy ograniczeniach systemu eksploatacji, warunkach geologicznych i narzuconej prognozie produkcji węgla handlowego. Znajomość charakterystyki nadawy dla danej ściany, pokładu i ostatecznie złoża warunkuje poprawność wyceny wartości poszczególnych złóż węgla kamiennego, czy też oceny efektywności technicznej i ekonomicznej produkcji. Wykonane badania symulacyjne stanowią rozszerzenie badań prowadzonych i udokumentowanych w publikacji autora (Kopacz 2016).

Praca została zrealizowana w ramach działalności statutowej IGSMiE PAN.

Literatura

- Brzychczy, E. 2012. Metoda modelowania i optymalizacji robót eksploatacyjnych w wielozakładowym przedsiębiorstwie górniczym. Kraków: Wydawnictwa AGH. *Seria Rozprawy i Monografie* nr 245.
- Budryk, W. 1952. *Eksploatacja złóż. Cz. 2: Podziemna eksploatacja złóż*. Warszawa: PWT.
- Dyczko 2012 – Dyczko, A., Galica, D., Sypniowski, S. i Szot, M. 2012. Planowanie i harmonogramowanie produkcji górniczej w LW „Bogdanka” SA. *Wiadomości Górnicze* 2013, R. 64, nr 7–8, s. 422–426.
- Gabzdyl, W. 1998. Geologia węgla. *Skrypt uczelniany Politechniki Śląskiej*, Gliwice: Wyd. PŚ.

- Górecka, M. 1981. Analiza dokładności rozpoznania złóż węgla kamiennego w wybranym rejonie GZW. *Przegląd Geologiczny* R. 29, nr 4, s. 162–165.
- Kicki, J. i Dyczko, A. 2012. Planowanie produkcji górniczej z wykorzystaniem rozwiązań IT. *Wiadomości Górnicze* 2012, R. 63, nr 7–8, s. 386–397.
- Kicki, J. i Sobczyk, E.J. 2003. *Kompleksowy system sterowania jakością węgla i opłacalnością produkcji w długoterminowej strategii działania kopalni węgla kamiennego „Piast”*. Kraków: Wyd. IGSMiE PAN.
- Kokesz, Z. 2006. Geostatystyczna charakterystyka pokładów węgla w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym. *Górnictwo Odkrywkowe* R. 48, nr 1–2, s. 66–75.
- Kokesz, Z. 2015. Aneks A: *Analiza zmienności miąższości pokładów węgla w LZW do Raportu Cz.T.B 1.3.3. Opracowanie wymagań odnośnie gospodarki złożem przy podziemnym zgazowaniu węgla oraz przeanalizowanie i typowanie bazy surowcowej do PZW*, Kraków 2015. Praca niepublikowana.
- Kopacz, M. 2016. Ocena wpływu miąższości, gęstości przestrzennej oraz przerostów węgla w pokładzie na wartość górniczych projektów inwestycyjnych w metodzie symulacyjnej. *Przegląd Górniczy* 5 (w druku).
- Magda i in. – Magda, R., Woźny, T., Kowalczyk, B., Głodzik, S. i Gryglik, D. 2002. *Racjonalizacja modelu i wielkości kopalni węgla kamiennego w warunkach gospodarczych początku XXI wieku*, Kraków: Wyd. AGH.
- Mucha 2007 – Mucha, J., Nieć, M., Wasilewska, M., Sobczyk, E.J. i Saługa, P. 2007. *Dokładność szacowania zasobów węgla kamiennego jako element oceny ryzyka inwestycyjnego*. Kraków: Wydawnictwo Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie.
- Naworyta, W. 2015. Zastosowanie symulacji geostatystycznej w procesie analizy złoża pod kątem jego eksploatacji – przypadek złoża antropogenicznego. *Górnictwo Odkrywkowe* R. 56, nr 2, s. 103–109.
- Nieć, M. 1981. Zużycie zasobów węgla kamiennego w Polsce. *Przegląd Geologiczny* R. 29, nr 4, s.157–161.
- Nieć, M. 1990. *Geologia kopalniana*. Warszawa: Wydawnictwa Geologiczne.
- Nieć, M. 2007. Zasoby węgla kamiennego i ich dokumentowanie. Fakty, mity, niedorzeczności. *Prace Naukowe GIG, nr III Górnictwo i Środowisko*, s. 55–70.
- Piechota, S. 2008. *Technika podziemnej eksploatacji złóż i likwidacji kopalń*. Kraków: Wydawnictwa Naukowe Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie.
- Probierz, K. red. i in.: *Monitoring jakości węgla kamiennego od złoża poprzez procesy eksploatacji i przeróbki do produktu handlowego*. Gliwice: Wydawnictwo PŚ.
- Sobczyk, M. 2006. *Statystyka aspekty praktyczne i teoretyczne*. Lublin: Wydawnictwo UMCS.

