



Edyta SERMET\*, Jerzy GÓRECKI\*, Marek NIEĆ\*\*

## Tradycja, nowoczesność i pułapki modelowania złóż

Streszczenie: „Model złoża” i „modelowanie złóż” – to pojęcia powszechnie stosowane, ale niedookreślone (niejednoznaczne). Często są rozumiane prawie wyłącznie jako stosowanie technik komputerowych do przedstawiania złóż, w szczególności na potrzeby projektowania górniczego. Modelowanie złoża jest tworzeniem jego obrazu, który w przekonaniu twórcy, możliwie najlepiej przedstawia sposób występowania naturalnego nagromadzenia kopaliny i jej właściwości w obszarze między punktami, w których wykonane były obserwacje.

Przedstawianie złóż kopaliny za pomocą ich „modeli” ma bardzo długą tradycję, sięgającą XVI–XVIII wieku, chociaż ten termin nie był wówczas stosowany. Opracowano wiele metod kartograficznej prezentacji złóż oraz ich zmienności, a prace te traktowano od XIX wieku jako zadanie miernictwa górniczego (markszajderii). Postęp w przedstawianiu ułożenia złoża w przestrzeni za pomocą map izolinii skłonił później do wyodrębnienia metod geometryzacji złóż. W XX wieku zastosowano do opisu parametrów złożowych najpierw proste metody statystyki matematycznej, a następnie metody geostatystyczne. Niektóre z nich nie były jednak szerzej stosowane ze względu na pracochłonność.

Zastosowanie techniki komputerowej, automatyzacja szeregu działań, mimo niewątpliwych korzyści, niesie ze sobą niebezpieczeństwo niewłaściwej, sformalizowanej i błędnej interpretacji danych geologicznych. Prawidłowe modelowanie złóż powinno obejmować kolejno sformułowanie modelu pojęciowego (opisowego) i graficznego złoża, zgodnie z zasadami wiedzy geologicznej, następnie wybór odpowiedniego algorytmu opracowania danych i modelowanie komputerowe złoża oraz weryfikację modelu i jego korektę stosownie do posiadanego stanu wiedzy geologicznej.

Tworzenie modeli złóż pozostaje zadaniem koncepcyjnym i nie może być w pełni zautomatyzowane.

Słowa kluczowe: złoża kopaliny, zmienność, modelowanie, geometryzacja

\* Dr inż., AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska, Kraków;  
e-mail: eszwed@geol.agh.edu.pl; gorecki@agh.edu.pl

\*\* Prof. dr hab. inż., Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Kraków;  
e-mail: mark@min-pan.krakow.pl

## Tradition, modernity and deposit modelling problems

Abstract: "Mineral deposit model", "deposit modelling" are the terms commonly used, although imprecise. This is often identified as the application of computerized methods to the elaboration and presentation of geological information, in particular for the mining design. Deposit modelling is the mode of presentation of deposit features, which in the meaning of the authors of such presentation, describes the deposit features between the points of observations as best as possible.

Deposit modelling has a long history (XVI-XVII centuries), however such a term was not used. Varied methods of cartographic presentation of deposits and their features were proposed. The progress in the presentation of the deposit in space using isolines maps has led to the separation of methods of deposits geometrisation. Over time, a simple mathematical statistics method was used to describe the deposit parameters, followed by geostatistical methods. Some of them were however not commonly used as too troublesome.

The computer based approach to the presentation of geological data has an unquestionable value but is accompanied by the possibility of inappropriate formalized and erroneous interpretations and a presentation as to whether the basic rules of geological knowledge were neglected.

Deposits modeling is a conceptual task and cannot be fully automated.

Keywords: mineral deposits, geological modelling, geometrisation

„Pan Jourdain: Więć już czterdzieści lat mówię prozą,  
nie mając o tym najmniejszego pojęcia!  
Nauczyciel filozofii: Tak, panie...”.

Molière, *Mieszczanin szlachcicem*

„Teraz mamy komputer i nie trzeba się znać na robocie”.

Cytat z filmu *Miś*

## 1. Istota modelowania złóż

„Model złoża”, „modelowanie złóż” i „narzędzia modelowania” – to pojęcia powszechnie stosowane, ale niedookreślone, niejednoznaczne. Często termin „modelowanie złoża” jest rozumiany prawie wyłącznie jako stosowanie technik komputerowych do jego przedstawienia, w szczególności na potrzeby projektowania górniczego. Traktowane jest jako wiarygodne przedstawienie budowy złoża, jego cech oraz właściwości kopaliny.

Modelowanie złoża to tworzenie obrazu złoża, który w przekonaniu jego twórcy możliwie najlepiej ilustruje sposób występowania naturalnego nagromadzenia kopaliny i jej właściwości w obszarze między punktami, w których wykonane były obserwacje.

Modelem złoża jest zatem każde przedstawienie jego budowy, zróżnicowania wybranych jego parametrów, takich jak na przykład miąższość lub charakteryzujących jakość kopaliny itp. Istotą modelowania jest interpretacja obrazu złoża i jego cech między punktami, w których występowanie kopaliny zostało stwierdzone i pomierzone zostały odpowiednie parametry.

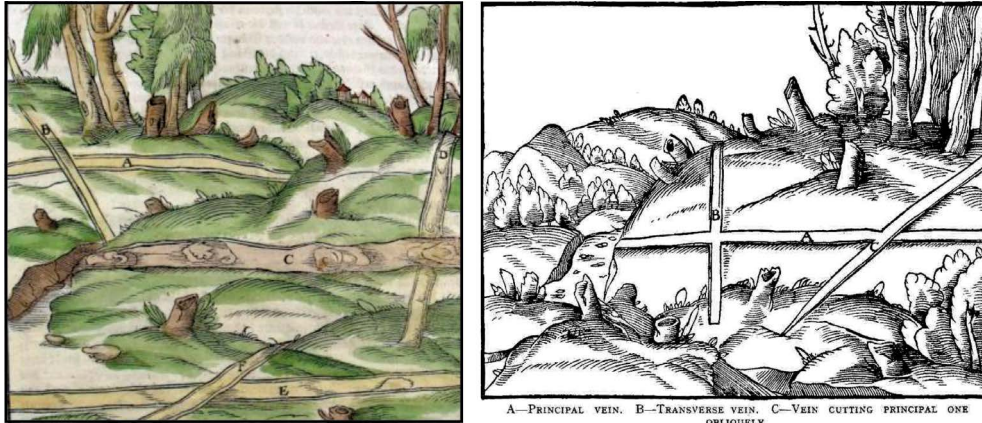
try charakteryzujące to wystąpienie. Zasadnicze znaczenie ma przyjęty sposób interpretacji budowy złoża lub zmienności jego cech. Wymaga to wiedzy dotyczącej prawidłowości budowy złóż, ich relacji do skał otaczających, procesów formujących ich podstawowe cechy. Wiedza ta jest często ułomna, niepełna, ale mimo to nie można jej całkowicie wyeliminować w procesie modelowania i opierać jej tylko na zalgorytmizowanych zasadach postępowania. Szanse oceny zgodności modelu z rzeczywistością są ograniczone. Jest to możliwe tylko w przypadku uzyskania dodatkowych informacji o złożu, np. przez wykonanie dodatkowych otworów rozpoznawczych, badań geofizycznych lub wyrobisk górniczych. Model złoża jest zatem zawsze jego obrazem przybliżonym, zwykle uproszczeniem „nieznanej”, w różnym stopniu skomplikowanej natury obiektów złożowych, której nie można opisać w sposób wyczerpujący za pomocą nawet bardzo wyszukanych, zmatematyzowanych metod (Naworyta 2017).

„Modelowanie złóż” – sporządzanie „geologicznego modelu złoża” – są to bardzo wygodne określenia, spopularyzowane przez zastosowanie techniki komputerowej do opracowywania danych geologicznych oraz przez dostępność wielu komercyjnych oprogramowań dających możliwość wizualizacji danych geologicznych, ich przetwarzania, transformacji i atrakcyjnej prezentacji. Stwarza to też pozory jakiejś nowej metodologii wykorzystywania danych geologicznych, w szczególności w dokumentowaniu złóż, projektowaniu i prowadzeniu działalności górniczej; i tak to bywa prezentowane w wielu publikacjach. W ten sposób pojmowane i propagowane „modelowanie” cierpi na wiele ułomności, których źródłem jest brak dostatecznej znajomości metod prezentacji danych geologicznych i zmiennych cech złoża (od dawna znanych i stosowanych), oraz świadomości problemów z tym związanych. Wcześniej, czynności związane z pozyskaniem i opracowaniem danych geologicznych nie nazywano modelowaniem.

## 2. Krótka historia modelowania złóż

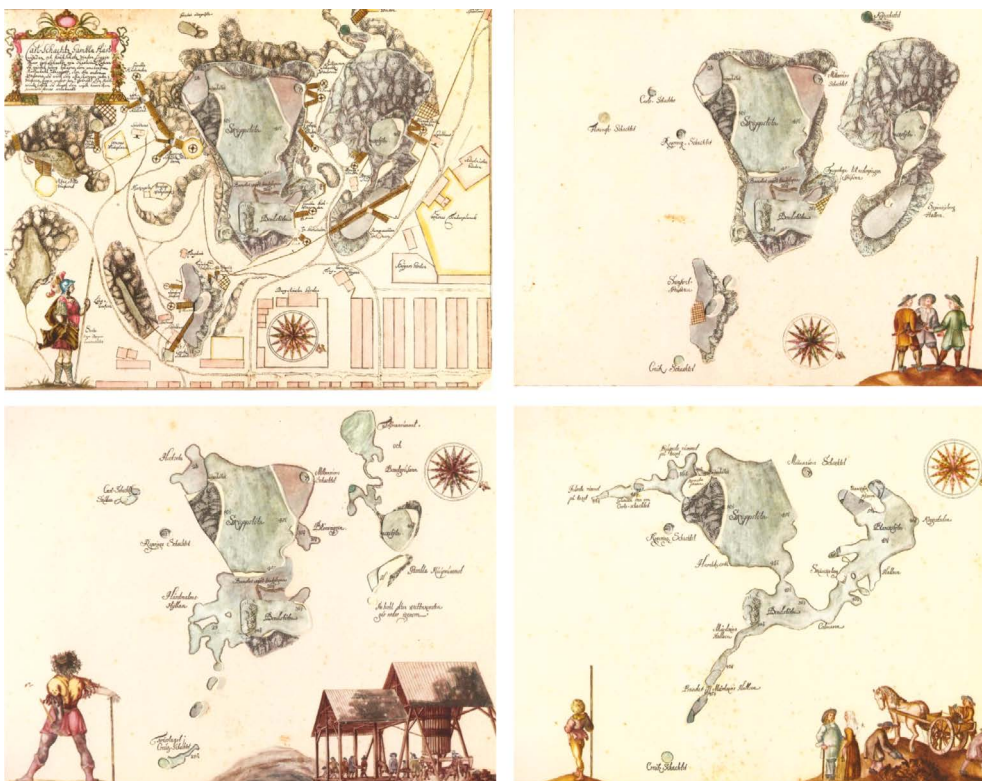
Prezentacja złóż kopalni za pomocą ich „modeli” ma bardzo długą tradycję, chociaż ten termin nie był stosowany. Już w XVI w. Agricola przedstawiał i objaśniał na litografiach budowę złóż (rys. 1). Wykonywanie map górniczych z prezentacją elementów budowy geologicznej złoża stawało się standardem w okresie od XVII do XIX wieku. Modelowanie przestrzenne realizowano za pomocą nakładanych na siebie map poszczególnych poziomów kopalń. Przykładem może być zespół map wykonanych dla kopalni rud miedzi Falun w Szwecji (rys. 2).

W drugiej połowie XIX w. zaczęły się kształtować zręby kartograficznej prezentacji budowy geologicznej złóż i ich cech. Często skojarzone były one z zadaniami miernictwa górniczego (markszajderii). Zastosowanie metod geometrii wykreślnej, rzutów cechowanych, do przedstawiania ułożenia złoża w przestrzeni, a później zróżnicowania parametrów złoża za pomocą map izolinii kojarzone z zadaniami miernictwa górniczego, skłoniło do wyodrębnienia tego zespołu metod jako „geometryzacji złóż”. Ten kierunek prezentacji złóż był szczególnie rozwijany w Rosji. Podstawy teoretyczne „geometryzacji złóż” i jej metody były przedstawione przez Sobolewskiego (1932), w szczególności przedstawiania złóż



Rys. 1. Modele złóż według Agricoli (1556)

Fig. 1. Models of deposits by Agricola (1556)



Rys. 2. Mapy kopalni rud miedzi (The Great Copper Mountain) w Szwecji według Hansa Raniego, 1683

Fig. 2. The Great Copper Mountain maps according to Hans Ranie's, 1683

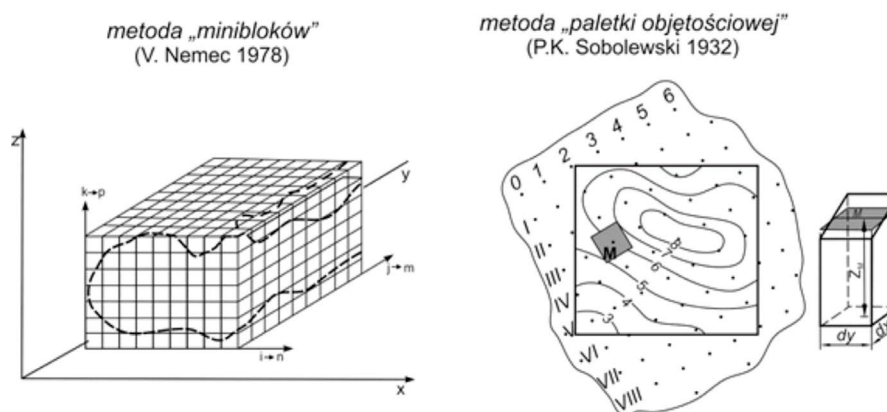
za pomocą „paletki objętościowej” i map izarytm ich parametrów. Metody „geometryzacji złóż” były rozwijane, popularyzowane i były przedmiotem nauczania (Ryżow 1964; Trofimow 1970; Uszakow 1979; Bukrinskij 1985). Wprowadzone zostało też pojęcie „modelowania” cech złóż, ale termin „model” był jednak rzadko używany. W Polsce metody te popularyzowane zostały przez wydanie podręcznika Ryżowa „Rzuty stosowane w geologii i miernictwie górniczym” (1956), a następnie w pracach Siembaba (1972) i jego współpracowników. Było wiele opracowanych metod przetwarzania i prezentacji informacji o złożu – modelowania złóż, np. konstrukcji graficznych modeli przestrzennych (aksonometrycznych, afinicznych, wektorowych itp.), operacji matematycznych na mapach, ale pracochłonność ich wykonywania powodowała, że wykorzystywano je wyjątkowo rzadko.

Rozwinięciem geometryzacji była prezentacja złoża za pomocą zespołu minibloków (Nemec 1986), stanowiąca rozszerzenie metody „paletki objętościowej” zaproponowanej przez Sobolewskiego (1932, rys. 3), współcześnie przez neofitów modelowania określane metodą „gridową”.

W krajach angielskiego obszaru językowego, szczególnie w Stanach Zjednoczonych na przełomie XIX i XX w. wykształciły się metody kartowania geologicznego złóż metodą bezpośrednią i pośrednią na podstawie geologicznego profilowania wyrobisk (Poborski 1954). Dużą wagę przywiązywano do prezentacji budowy złoża za pomocą map geologicznych (wielopoziomowych) i przekrojów, znacznie większą niż za pomocą konstrukcji geometrycznych (Mc Kinsty 1957). Było to zatem modelowanie kartograficzne złóż. Model tworzyły:

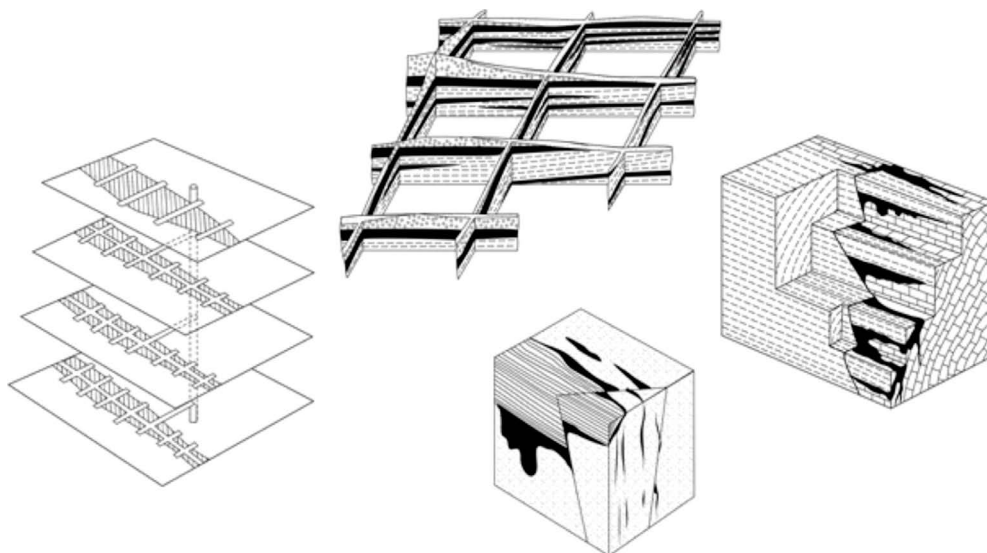
- mapy geologiczne poziome,
- mapy pokładowe,
- przekroje geologiczne,
- diagramy blokowe (aksonometryczne, afiniczne itp.).

Często pojęcie „modelowania złoża” zawężano do przedstawiania jego budowy za pomocą diagramów blokowych (rys. 4) lub nawet tylko do tworzenia zminiaturyzowanego jego modelu fizycznego.



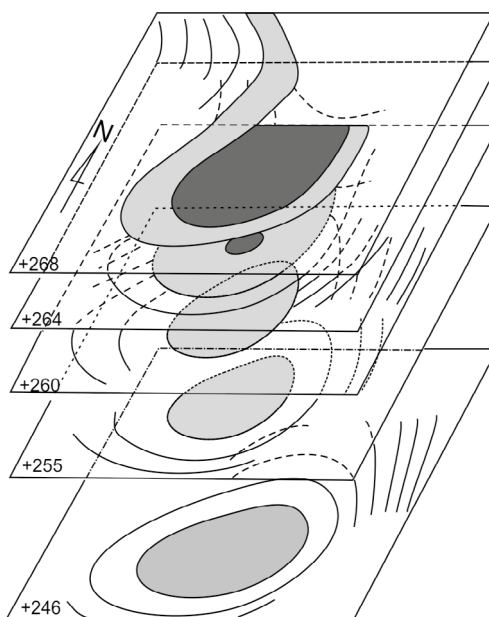
Rys. 3. Geometryzacja złoża metodą „paletki objętościowej i minibloków”

Fig. 3. Geometrisation of mineral deposit of the grided volume method



Rys. 4. Graficzne modele 3D złóż (Nieć 1990)

Fig. 4. Samples of graphical 3D models of deposits



Rys. 5. Model gniazda rudy Zn-Pb (zawartość Zn).

Aproksymacja wielomianem trzeciego stopnia w przestrzeni 3D (Nieć 1985)

Fig. 5. A model of the Zn-Pb ore nest (Zn content).

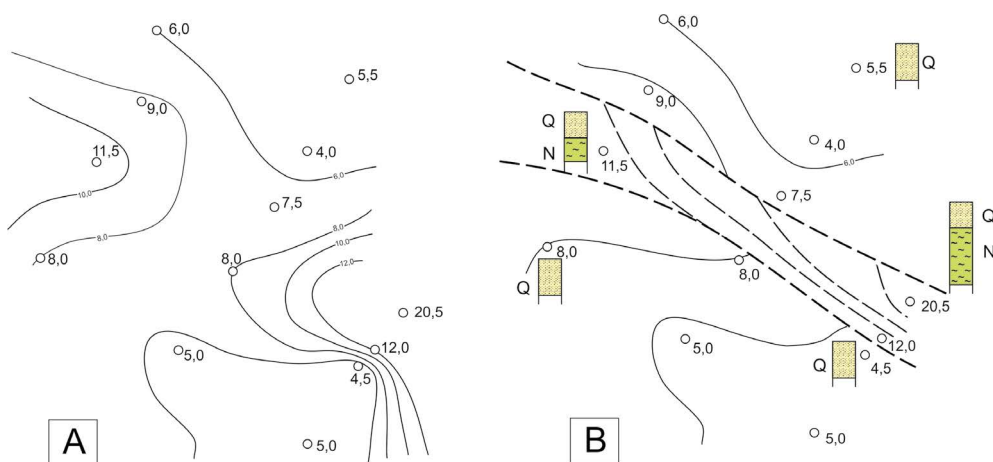
Approximation by a polynomial of the third order

Zastosowanie metod matematycznych do opisu zmienności parametrów złóż zmodyfikowało podejście do ich prezentacji (Krumbein i Graybill 1965). Początkowo stosowano proste metody statystyki matematycznej przy założeniu, że parametry złóż są zmiennymi losowymi. Stwierdzenie, że parametry złóż w wielu przypadkach są zmiennymi zregionalizowanymi, to znaczy, że w ich zmienności wyróżnić można składnik losowy i nielosowy, stworzyło nowe podstawy teoretyczne dla opisu ich zmienności i kartograficznej prezentacji zróżnicowania parametrów złóż. Zaproponowano różne metody matematycznego opisu tego zróżnicowania za pomocą: średniej ruchomej (Kallistow 1956), analizy trendów wielomianowych (Koch i Link 1970), także w przestrzeni trójwymiarowej (rys. 5), funkcji autokorelacyjnych (Zubrzycki 1957, 1962), funkcji spektralnych (Kaźdan 1974). Najbardziej owocne okazały się metody geostatystyczne, których podwaliny stworzył deWijs (1951) i Krige (Krige i Ueckermann 1963), a ostatecznie sformułował i rozwinął Matheron (1962). Oparta na tym metodyka opisu przestrzennego zróżnicowania parametrów złóż i jego prezentacji nazwana została krigingiem. W odniesieniu do zalgorytmizowanego opisu przestrzennej zmienności parametrów złóż zaczęto stosować określenie „modelowanie matematyczne złóż”. Szerokie jego stosowanie umożliwiło dopiero w końcu XX wieku upowszechnienie techniki komputerowej w dokumentowaniu złóż (Nieć 1990). Umożliwiło ono także wielowariantowe przetwarzanie danych geologicznych. Stworzyło również możliwości przedstawiania złoża i jego cech przy zastosowaniu metod, co prawda wcześniej znanych, ale nie stosowanych ze względu na ich pracochłonność.

Zasadnicza zmiana w sposobie przedstawiania informacji geologicznych następuje od początku XXI wieku w wyniku powszechnego zastosowania techniki komputerowej. Usprawnia ona wykonywanie map i szacowanie zasobów, jednak nie tworzy nowej ich jakości. Stwarza jedynie takie pozory przez wprowadzenie specyficznej terminologii. Stwarza też pozory daleko posuniętej ścisłości oraz wrażenie dużej wiarygodności tworzonych modeli złóż. W istocie w znacznej mierze nie wprowadza się tu jakichś zupełnie nowych, wcześniej nieznanymi rozwiązań, chociaż sugeruje to stosowane pojęcie „modelowanie geologiczne”. W istocie jest to tylko przedstawianie budowy złoża i właściwości kopaliny za pomocą map konstruowanych w sposób zautomatyzowany, czego wcześniej modelowaniem nie nazywano. Technika komputerowa i szybkość realizacji różnych działań umożliwiają przede wszystkim zastosowanie do opracowywania danych geologicznych znacznie szerszego zestawu metod, wcześniej znanych (Ryżow 1956), ale wyjątkowo stosowanych ze względu na ich pracochłonność. Przykładem mogą być metody sporządzenia diagramów blokowych złóż (modeli 3D). Technika komputerowa ułatwia wielowariantowe ich sporządzanie. Umożliwia też dynamiczne modelowanie złóż, przedstawianie ich obrazu przy zastosowaniu różnych algorytmów interpretacyjnych, przy zmieniającym się kierunku rzutowania. Umożliwia też szybką modyfikację modelu w miarę napływu nowych danych. Wykorzystanie techniki komputerowej umożliwia też szerokie zastosowanie metod geostatystycznych do konstrukcji map parametrów złożowych i obliczania zasobów, co było wcześniej praktycznie niewykonalne (Kokesz i Mucha 1992).

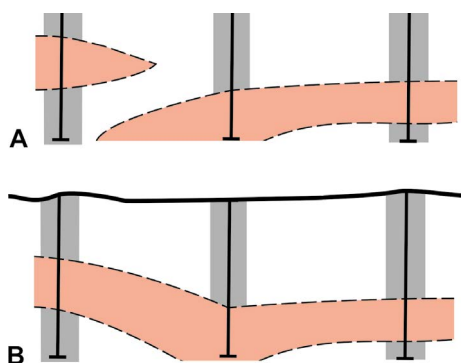
### 3. Pułapki modelowania złóż

Zastosowanie techniki komputerowej, automatyzacja szeregu działań, stosowanie zaprogramowanych rozwiązań mimo niewątpliwych korzyści, niesie ze sobą także niebezpieczeństwo niewłaściwej sformalizowanej interpretacji danych geologicznych. Przykładowo przy interpretacji przekroju geologicznego czy mapy strukturalnej (stropu lub spągu złoża) konieczne jest często wykorzystanie dodatkowych danych opisowych (rys. 6) lub przyjęcie określonej koncepcji budowy złoża, (rys. 7), interpretacji morfologii złoża, przestrzennego układu zaburzeń tektonicznych, korelacji pokładów itp. (rys. 8).



Rys.6. Interpretacja morfologii stropu złoża  
A – bez uwzględnienia budowy nadkładu, B – z uwzględnieniem budowy nadkadu;  
Q – utwory czwartorzędowe, N – utwory neogenu (Nieć 2016)

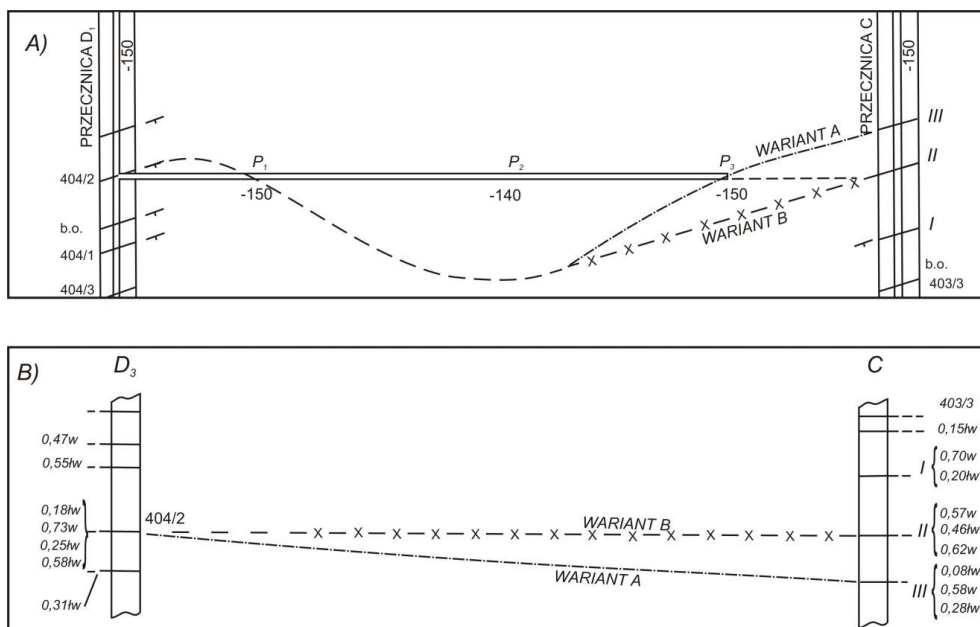
Fig. 6. Interpretation of deposit morphology  
A – without considering the development of the overburden, B – taking the development of the overburden into account; Q – Quaternary, N – Neogene



Rys 7. Przykład możliwej różnej koncepcyjnej interpretacji budowy złoża (Nieć 2012)

Fig. 7. Different interpretation concepts of the development of the deposit





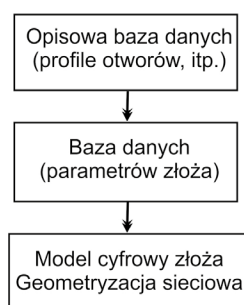
Rys. 8. Różna możliwa interpretacja korelacji pokładów (Nieć 2012)

Fig. 8. Different interpretation concepts of the seams correlation

Tworzenie „modeli złóż” i „modelowanie złóż” rozumiane jako zalgorytmizowane, skomputeryzowane przedstawianie budowy złoża i zróżnicowania jego parametrów jest nieraz daleko idącym, nie zawsze właściwym uproszczeniem, a co gorsza często błędnym, co nie jest bez znaczenia dla praktycznego wykorzystania informacji geologicznych (rys. 9).

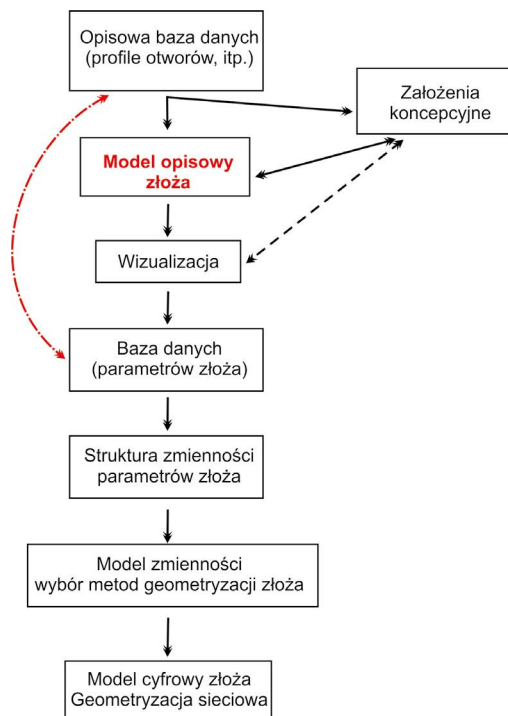
Prawidłowe modelowanie złóż powinno obejmować kolejno sformułowanie modelu pojęciowego (opisowego), graficznego i matematycznego (Nieć i in. 1989; rys. 10).

Błędem bywa często odwrócenie kolejności etapów działań – od modelowania matematycznego do modelu pojęciowego, bez wcześniejszej weryfikacji wyników badań tereno-



Rys. 9. Błędny, uproszczony schemat tworzenia modelu złoża

Fig. 9. Incorrect, simplified model of deposit modeling



Rys. 10. Schemat tworzenia modelu złoża

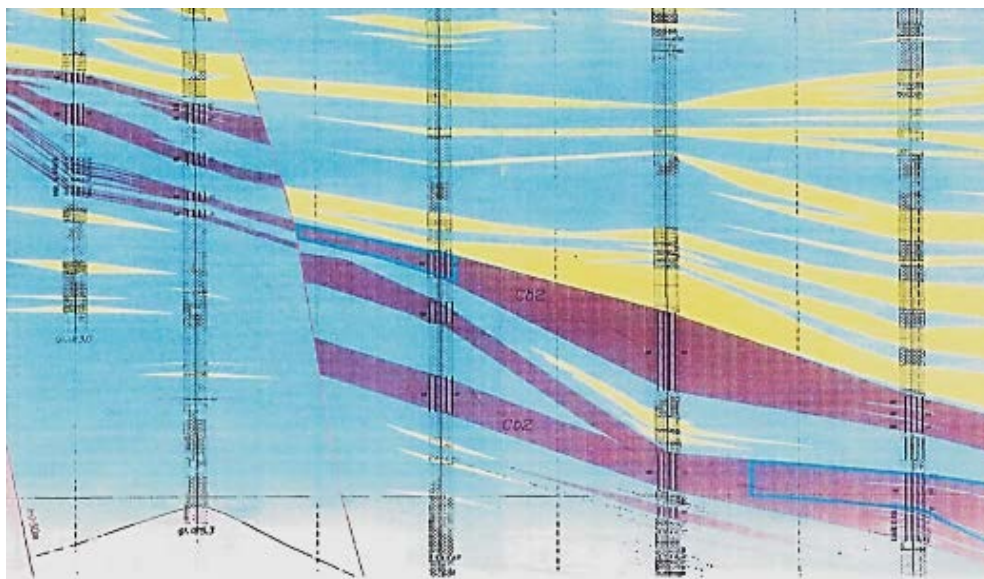
Fig. 10. Create schematic of the deposit model

wych, bez pogłębionej znajomości geologii złóż, niekiedy także ich genezy i ogólnie znanych prawidłowości występowania. Wykorzystywanie komputerów jako „czarnej skrzynki” prowadzi nieraz do nieoczekiwane nieuzasadnionych stwierdzeń. Uwzględnienie koncepcyjnej interpretacji budowy złoża opartej na wykorzystaniu przekrojów geologicznych jest nieodzowne dla prawidłowej budowy modelu (Gondek 2013).

W modelu pojęciowym na podstawie stwierdzonych warunków występowania kopaliny w punktach rozpoznawczych określa się typ złoża i koncepcję jego budowy (formy, ułożenia w przestrzeni, relacji do skał otaczających, zaburzeń tektonicznych, zróżnicowania rodzaju kopaliny itp.). O powodzeniu dalszych etapów modelowania decyduje sensowne zastosowanie i wykorzystanie wyników odpowiednich metod rozpoznawania złóż: wyników kartowania geologicznego, profilowania otworów badawczych, opróbowania, badań geofizycznych, itd. Doświadczenie geologa, jego wiedza i działania zgodne z zasadami sztuki geologiczno-górnicznej i etyki zawodowej stanowią właściwą podstawę – choć nie gwarancję – końcowego sukcesu w tworzeniu modeli złóż. Wielkim problemem pozostają często niebezpieczeństwa „geoignorancji”, tzn. sformalizowanej, a przez to złej interpretacji danych geologicznych (Sermet i in. 2016).

Tworzenie modelu graficznego z wykorzystaniem danych z rozpoznania oraz kryteriów wyznaczania pionowych i poziomych granic złoża następuje w formie map i przekro-

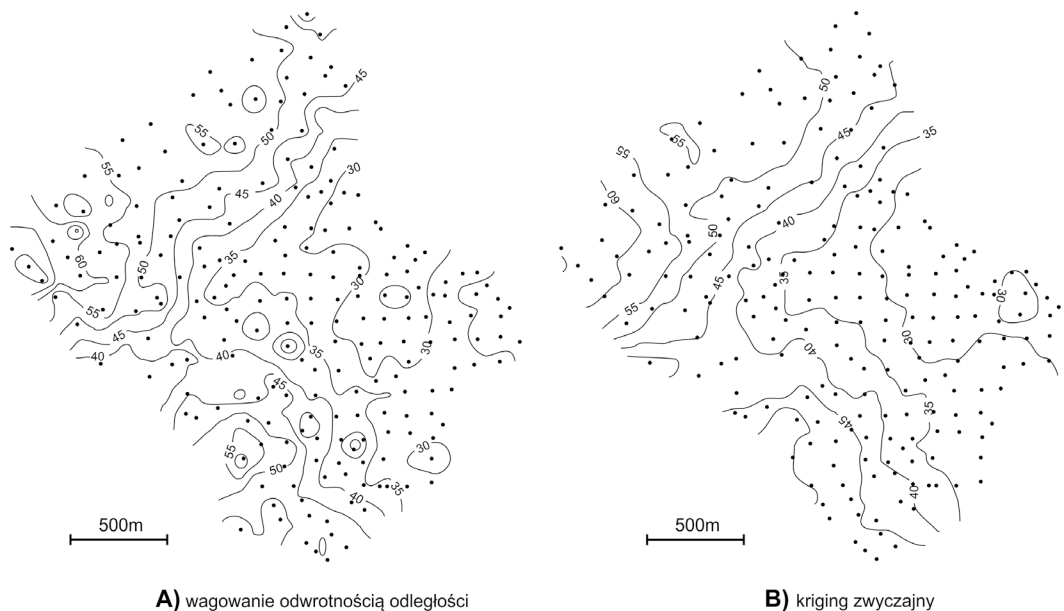
jów geologicznych, diagramów blokowych (blokdiagramów). Muszą być przy tym wykorzystane wszelkie dane dodatkowe, właściwie zinterpretowane. Niezbędne jest zawsze wstępne przedstawienie budowy złoża na przekrojach geologicznych zgodnie z zasadami wiedzy geologicznej. Zaniedbanie tego może prowadzić do tworzenia błędnego obrazu złoża (rys. 11).



Rys. 11. Nieprawidłowe przedstawienie budowy złoża na przekroju (zróżnicowania miąższości i korelacji warstw węgla w skrzydłach uskoku) (Nieć 2012)

Fig. 11. Incorrect presentation of the bed structure on the cross section (variation of thickness and correlation of carbon layers in the fault side)

Jednym z warunków prawidłowego wykorzystywania metod komputerowych („modelowania złóż”) jest też znajomość algorytmów użytych do tworzenia obrazów budowy złoża, gdyż mogą być zastosowane różne, niedające identycznych wyników. Przykładowo prezentacja zróżnicowania parametrów złożowych za pomocą map izarytm wymaga zastosowania odpowiedniego algorytmu interpolacyjnego, wyboru jednego z wielu możliwych. Prowadzą one do tworzenia różnych obrazów (rys. 12), których wiarygodność jest podobna i nigdy nieznaną. Dlatego dla uniknięcia nieporozumień zawsze konieczne jest podanie rodzaju zastosowanego algorytmu interpolacyjnego. Zgodność tworzonego obrazu z rzeczywistością nie może być udowodniona. Uściślenie modelu w wyniku zagęszczenia sieci rozpoznawczej (Mielimąka 1991) nie polepsza jego zgodności z rzeczywistością. Jedynie w przypadku zastosowania krigingu daje się określić możliwą wielkość błędu interpolacji. W przypadku stosowania krigingu nieodzowną jest prezentacja wariogramu empirycznego i jego modelu teoretycznego zastosowanego do jego aproksymacji. Tylko wówczas można ocenić prawidłowość stosowania krigingu.



Rys. 12. Mapa izarytm punktu piaskowego sporządzona przy zastosowaniu różnych algorytmów interpolacyjnych (Kokesz 2010)

Fig. 12. Varied presentation of izolines of sand fraction content dependent of the mode of interpretation applied

Modelowanie złoża jest przedsięwzięciem złożonym, wymagającym wiedzy geologicznej, umiejętnego stosowania zmatematyzowanych metod opisu zmienności cech złoża i krytycznej oceny uzyskiwanych wyników zgodnie z zasadami tej wiedzy.

Model złoża to synteza całości wiedzy o budowie złoża, jego formie, ułożeniu w przestrzeni, jakości kopaliny. Jako podstawa dla nowoczesnego projektowania górnictwa (Borowicz i in. 2014; Frankowski i Gądek 2006; Naworyta 2016) powinien być wiarygodny przy aktualnym stanie wiedzy.

Źródłem niedoskonałości i błędów modelu i czynnikami decydującymi o jego wiarygodności są:

- niejednorodności złoża,
- efekt rzadkiej sieci danych,
- efekt geometryzacji (matematyzacji),
- efekt geoignorancji, pominięcia lub niewłaściwej interpretacji danych geologicznych.

Warunkami poprawności modelu są:

- poprawność interpretacji geologicznej (modelu opisowego),
- poprawność opisu niejednorodności złoża,
- poprawność opisu struktury zmienności parametrów złoża.

Tego nie da się osiągnąć tylko za pomocą środków technicznych ani najbardziej wyszukanych oprogramowań komputerowych, nawet bardzo drogich oferowanych przez renomowane firmy. Technika komputerowa jest znakomitym narzędziem wspomaganiam, a nie

tworzenia modeli złóż, które zawsze jest zadaniem koncepcyjnym i nie może być w pełni zautomatyzowane.

### Zamiast podsumowania

I believe the word „model”  
So bewitches  
Because it is a dignified term for a  
More or less ragged cluster of  
Cerebral itches.

Bates R. L. – *Geotimes* Vol. 22, No. 6, s. 46

Pracę wykonano w ramach badań statutowych nr 11.11.140.320.

### Literatura

- Agricola, G., De Re Metallica. Libri XII. 1556. Reprint i tłumaczenie: Muzeum Karkonoskie, Jelenia Góra 2000.
- Borowicz i in. 2014 – Borowicz, A., Duczmal, M., Ślusarczyk, G. i Frankowski, R. 2014. Wykorzystanie Jednolitej Bazy Danych Geologicznych do tworzenia cyfrowego modelu geologicznego złoża węgla brunatnego Złoczew. *Górnictwo Odkrywkowe* 2–3, s. 111–115.
- Bukrinskij, W.A. 1985. Geometrija niedr. Niedra, Moskwa.
- Frankowski, R. i Gądek, A. 2006. Cyfrowy model stratygraficzny i jakościowy złoża węgla brunatnego utworzony przy użyciu oprogramowania górniczego „Minescape” firmy Mincom. *Górnictwo Odkrywkowe* 1–2, s. 96–102.
- Gondek, A. 2013 – Modelowanie tektoniki na przykładzie złoża węgla brunatnego „Solntsewskoye”. *Górnictwo Odkrywkowe* 54, 2, s. 180–190.
- Każdan, A.B. 1974. *Metodiceskije osnovy razwedki poleznych iskopajemych*. Niedra, Moskwa.
- Kallistow, P.L. 1956. Zmieniowosc orudnienija i plotnost nabludienij pri razwedkie i oprobowanii. *Sowietskaja Geologija* 53.
- Koch, G.S. i Link, R.F. 1970. Statistical analysis of geological data. J. Wiley a. Sons inc. New York.
- Kokesz, Z. 2010. Sporządzanie map izolinowych procedura kriginu zwyczajnego – korzyści i ograniczenia. *Zeszyty Naukowe Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN* 79, s. 363–382.
- Kokesz, Z. i Mucha, J. 1992. Metody geostatystyczne w rozpoznawaniu i dokumentowaniu złóż oraz w ochronie środowiska. *Studia i Rozprawy* nr 19, Kraków: CPPGSMiE PAN.
- Krige, D.S. i Ueckermann, H.J. 1963. Value contours and improved regression techniques for ore reserve valuations. *Journ. South African inst. Min. Met.* 63.
- Krumbein, W. i Graybill E., 1965. *An Introduction To Statistical Models In Geology*. New York.
- Matheron, G. 1962. Traitè de geostatistique. *Mem. BRGM* nr 14. Paris.
- McKinstry, H.E. 1957. *Mining geology*. Prentice Hall, Englewood.
- Mielimaka, R. 1991. Effect of the observed variability of a topographical surface on the precision of its realization at different densities of recognition points in the network. *Proceedings of the Mining and Geodesy Commission Polish Academy of Science-Kraków Sectio. Geodesy* 36, s. 91–117.
- Naworyta, W. 2016. Zastosowanie symulacji geostatystycznej do oceny deficytów rozpoznania złoża. *Górnictwo Odkrywkowe* 3, s. 21–28.
- Naworyta, W. 2017. Meandry modelowania złóż – na podstawie doświadczeń i obserwacji. *Górnictwo Odkrywkowe* 4, s. 4–9.
- Nemec, V. 1986. The development of space and time models of solid mineral deposits. *19 APCOM, SME Littleton*, s. 43–47.
- Nieć, M. 1985. Model zmienności zawartości metali w gnieździe rudy Zn-Pb w kopalni Bolesław koło Olkusza. *Rocznik PTG* 53, 4, s. 177–186.

- Nieć, M. 1990. Komputeryzacja geologiczno-złożowych prac dokumentacyjnych. Zakres i możliwości. *Przegląd Geologiczny* 38, 7–8, s. 300–302.
- Nieć, M. red. 2012. *Metodyka dokumentowania złóż kopalni stałych*. Kraków: Wyd. IGSMiE PAN.
- Nieć, M. 1990. *Geologia kopalniana*. Warszawa: Wyd. Geologiczne.
- Nieć, M. 2016. Wczoraj i dziś dokumentowania geologicznego złóż kopalni i problemy prawa geologicznego i górniczego. *Górnictwo Odkrywkowe* nr 2, s. 5–11.
- Nieć i in. 1989 – Nieć, M., Blajda, R., Górecki, J., Kokesz, Z. i Mucha, J. 1989. Modelowanie złóż dla udoskonalenia metodyki rozpoznawania i dokumentowania. *Zeszyty Naukowe AGH, Geologia* z. 44, s. 67–69.
- Poborski, J. 1954. Podziemne kartowanie geologiczne. *Przegląd Geologiczny* nr 6, s. 240–246.
- Ryżow, P.A. 1956. *Rzuty stosowane w geometrii i miernictwie górnictwym*. Warszawa: Wyd. Geologiczne.
- Ryżow, P.A. 1964. *Geometrija niedr*. Moskwa: Nedra.
- Sermet i in. 2016 – Sermet, E., Musiał, A. i Paszek, M., 2016. Programy komputerowe – błogosławieństwo czy przekleństwo. Problem wizualizacji danych geologicznych. *Górnictwo Odkrywkowe* nr 2, s. 12–16.
- Siembab, J., 1972. Geometryzacja złóż [W:] *Poradnik górnika* t. 1, Katowice: Wyd. „Śląsk”, s. 1274–1297.
- Sobolewskij, P.K. 1932. *Sowremennaja gornaja geometria*. *Żurnal „SRiN”* nr 7.
- Uszakow, I.N. 1979. *Gornaja geometria*. Moskwa: Nedra.
- Trofimow, A.A. 1970. *Osnovy markszejdierskogo diela i geometryzacji niedr*. Moskwa: Nedra.
- Wijs, H.J. de. 1951. Statistics of ore distribution. Part I – Frequency distribution of assay values. *Geologie en Mijnbouw* 30, s. 365–375.
- Zubrzycki, S. 1957. *O szacowaniu parametrów złóż geologicznych*. *Zastosowania Matematyki* III, 2, s. 105–152.
- Zubrzycki, S. 1962. *Uwagi o probabilistycznym opisie złóż osadowych*. *Zastosowania Matematyki* VI, s. 199–208.