



Mariusz KRZAK<sup>1</sup>, Paweł PANAJEW<sup>2</sup>

## Rozmyty opis złoża rud jako narzędzie wsparcia w jego rozpoznaniu eksploatacyjnym

Streszczenie: Rozpoznanie eksploatacyjne złoża zmierza do takiej oceny jego parametrów, aby możliwe było prowadzenie bezpiecznej i opłacalnej produkcji. Poszczególne, istotne z punktu widzenia gospodarki złożem parametry, szacowane są na podstawie prowadzonych przez geologiczne służby kopalniane obserwacji. Te z kolei wiążą się zazwyczaj z poborem prób, wykonaniem odwiertów, analizami laboratoryjnymi itp.

W artykule zaproponowano możliwości wykorzystania opisu rozmytego do oceny parametrów złoża. W charakterystyce rozmytej w miejsce konkretnej wielkości numerycznej pojawiło się nieprecyzyjne opisowe określenie. To podejście wykorzystane zostało do deskrypcji cech złoża (zawartości metali, miąższości, zasobności) poprzez przypisanie im konkretnych funkcji charakterystycznych, których rozkłady oparto na podstawowych wielkościach statystycznych. Funkcje charakterystyczne mogą być wykorzystane dla przygotowania strategii eksploatacji, dla dowolnych konfiguracji wymaganych parametrów złoża, wynikających z potrzeb zarządzania produkcją. Użyto w tym celu wybranych operatorów logicznych zbiorów rozmytych. W kolejnym podejściu do modelowania rozmytego wskazano na sposobność charakterystyki złoża w ujęciu subiektywnym, gdzie ocena parametrów złoża opiera się na zgrubnej, w pewien sposób uznaniowej obserwacji i ocenie. Taka konstrukcja modelu umożliwiła całościową ocenę złoża z punktu widzenia dowolnych parametrów. Poprzez implementację odpowiednich reguł wnioskowania uzyskano adekwatne płaszczyzny sterowania rozmytego, które również mogą być użyteczne w kontekście planowania wydobycia.

Słowa kluczowe: rozpoznanie eksploatacyjne, parametry złoża, modelowanie rozmyte, operatory logiczne

### *A fuzzy description of the ore deposit as a support tool in its exploitation recognition*

Abstract: The operational mineral deposit reconnaissance tends to evaluate its parameters to conduct safe and profitable production. Particular deposit parameters, important from the point of mineral deposit management, are estimated on the basis of observations carried out by mining geological surveys. These observations usually involve sampling, drilling, laboratory analyses and others.

<sup>1</sup> AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska, Kraków; e-mail: krzak@agh.edu.pl

<sup>2</sup> KGHM Polska Miedź S.A., O/ZG Polkowice-Sieroszowice, Polkowice; e-mail: pawel.panajew@kg hm.pl

The use of fuzzy description to assess the parameters of the mineral deposit was proposed in the paper. In the fuzzy characteristics, an imprecise descriptive description appeared in place of a particular numerical quantity. This approach was used to description of the ore deposit features (metal content, volume, and metal yield) by assigning them specific characteristic functions, whose distributions were based on basic statistical quantities. Characteristic functions can be used to prepare operational strategies for any configuration of required deposit parameters resulting from the production management needs. For this purpose, selected logical operators of fuzzy sets were used. In the next approach to fuzzy modeling, an opportunity to characterize the deposit in a subjective approach was indicated, where the assessment of the deposit parameters is based on rough, in some way, discretionary observation and evaluation. Such model construction enabled the overall assessment of the deposit from the point of view of any parameters. Through the implementation of appropriate inference rules, adequate fuzzy control planes were obtained, which may also be useful in the context of operational mine strategy planning.

Keywords: operational deposit reconnaissance, deposit parameters, fuzzy modeling, logical operators

## Wprowadzenie

Szacowanie parametrów złoża, zmierzające do jak najbardziej wiernego odwzorowania rzeczywistych wielkości, jest zadaniem trudnym. Poddawane ocenie parametry złoża: zasoby, objętość, jakość kopaliny i położenie w przestrzeni, pomijając użytą metodę, cechują się zwykle pewną niedokładnością. Wynika to zarówno z samej złożoności i zmienności złoża, jak i stopnia jego rozpoznania. Stopień rozpoznania złoża identyfikowany jest na podstawie: stopnia i wiarygodności rozpoznania budowy geologicznej złoża, zakresu zrealizowanych badań w kontekście rodzaju i jakości kopaliny, zakresu badań górniczo-geologicznych warunków eksploatacji, oceny wielkości błędu oszacowania zasobów. Ta czworaka charakterystyka prowadzi do wyróżnienia kilku klas (kategorii) rozpoznania złoża określanych skrótowo literowymi symbolami:

- E(D<sub>3</sub>) – prace rekonesansowe, zasoby hipotetyczne, delimitacja obszaru perspektywicznego,
- D<sub>2</sub> – poszukiwania wstępne, zasoby perspektywiczne,
- D<sub>1</sub> – poszukiwania wstępne, zasoby prognostyczne,
- C<sub>2</sub> – poszukiwania szczegółowe, błąd oszacowania zasobów do ±40%,
- C<sub>1</sub> – rozpoznanie wstępne, błąd oszacowania zasobów do ±30%,
- B – rozpoznanie szczegółowe, błąd oszacowania zasobów do ±20%,
- A – rozpoznanie eksploatacyjne, błąd oszacowania zasobów do ±10% (±5%).

Etapowa realizacja rozpoznania złoża, zmierzająca do uszczegółowienia wiedzy o jego charakterystyce, wiąże się z ilością i jakością dostępnej informacji. Przejście do wyższych kategorii poznania wymaga zagęszczenia sieci punktów rozpoznawczych i służy ujednocznaczeniu obrazu obiektu złożowego. Przedmiotem rozważań w niniejszym artykule będzie rozmyty opis parametrów złoża realizowany w trakcie rozpoznania eksploatacyjnego. Powszechnie wiadomo, że informacja geologiczna o złożu pochodząca z dokumentacji jest obrazem przybliżonym. W bieżącej działalności wydobywczej uzyskiwana informacja służy planowaniu bezpiecznej eksploatacji, określa kierunki i wielkości eksploатовanego urobku (plany ruchu kopalni). Obeznanie ze złożem za pomocą wyrobisk udostępniających, przygotowawczych, odwiertów wyprzedzających jest codzienną powinnością służb geologicznych w kopalniach i składa się na szeroko rozumianą gospodarkę złożem.

W realiach polskiego górnictwa złoże bywa kwalifikowane do jednej z trzech umownych klas pod względem jego zmienności, a miarą, która decyduje o przynależności jest współczynnik zmienności. Wyróżniane są tu:

- złoże o prostej budowie geologicznej,
- złoże o zróżnicowanej budowie geologicznej,
- złoże o bardzo skomplikowanej budowie geologicznej.

W przypadku parametrów o małej zmienności, ich rozkład przestrzenny w obrębie złoże można określić z dużą dokładnością na podstawie rzadkiej sieci rozpoznawczej. W przeciwnym razie, przy dużej zmienności, nawet gęsta sieć rozpoznawcza nie umożliwi dokładnego rozpoznania. Szczególnie w dwóch ostatnich typach opis złoże może być nieprecyzyjny. Wsparciem dla decydenta mógłby zaistnieć tu rozmyty opis cech złoże. Podejście rozmyte do działalności geologiczno-górnictwej nie jest szeroko stosowane, jakkolwiek podejmowano takie przybliżenia. Analiza skupień proponowana przez Phama (1997) zmierzała do wnioskowania o jakości rudy żelaza (dla niepodanego z nazwy złoże) poprzez procedurę klastrowania metodą rozmytych c-średnich. Jak zauważali Bárdossy i Fodor (2005), prospekcja geologiczna, rozpoznanie i dokumentowanie złóż połączone z oceną ich parametrów, to przede wszystkim geologiczno-górnictwo-inżynierski problem, tak wsparcie metodami matematycznymi może w tym przypadku poprawić osiągnięte wyniki. Zaproponowane przez wzmiankowanych autorów podejście z wykorzystaniem przybliżenia rozmytego i wnioskowania bayesowskiego zostało zobrazowane przy ocenie bazy zasobowej i jakości złoże boksytów Halimba na Węgrzech. Ocena miąższości pokładów węgla brunatnego z użyciem oceny rozmytej przedstawiona została w pracy Tutmeza i Daga (2007). Tahmasebi i Hezarkhani (2010) w studium przypadku dla złoże miedzi Sarcheshmeh wykazywali, że ocena parametrów złoże, dla których zakres dostępnych danych jest niepełny i nie do końca wiarygodny, może być z powodzeniem zrealizowana za pomocą neurorozmytego systemu wnioskowania. Elmas i Sahin (2013) zastosowali adaptacyjny system wnioskowania neuro-rozmytego, jak również modele sztucznych sieci neuronowych do oceny jakości rudy barytu dla złoże Isparta w Turcji.

### **1. Udostępnianie i eksploatacja złoże w kopalniach rud miedzi w Polsce, planowanie robót górnictwych**

Złoże rud miedzi i srebra na monoklinie przedsudeckiej zalega na znacznych głębokościach (500–1300 m), co powoduje konieczność jego udostępniania za pomocą szybów wydobywczych. Pomiędzy szybami w serii złożowej prowadzi się poziome wyrobiska udostępniające (chodniki, upadowe, pochylnie), które stanowią drogi transportu ludzi, urobku (taśmociągi), powietrza oraz spływu wód kopalnianych. Wyrobiska udostępniająco-przygotowawcze wykonuje się jako wiązkę wyrobisk korytarzowych drażonych w układzie od dwóch do pięciu nitek (Butra i in. 2007). Ze względów technicznych w kolejnym etapie mogą być wykonywane dodatkowe wyrobiska, równoległe do wykonanej wcześniej wiązki. Aby wyrobiska udostępniające mogły spełniać swoje funkcje przez dłuższy okres, powinny być chronione od niekorzystnego oddziaływania pobliskich robót eksploatacyjnych, jak

i starych zrobów. W tym celu w ich bezpośrednim sąsiedztwie wydzielane są ochronne filary oporowe. O ich szerokości (100–260 m) decydują parametry wytrzymałościowe otaczających je skał (Piechota 2007). Obecnie znajdują zastosowanie systemy eksploatacji pozwalające na wcześniejsze rozcięcie filara w celu wybrania znajdującego się w nim złoża.

W trakcie drążenia wyrobisk udostępniających i przygotowawczych duże znaczenie ma prawidłowe rozpoznanie geologiczne nowo rozcinanych obszarów złoża. Do głównych zadań kopalnianej służby geologicznej w tym zakresie należą:

- opróbowanie serii złożowej i wykonywanie pomiarów zaburzeń geologicznych (w oparciu o uzyskane informacje można oszacować zasoby w okonturowanej parceli złożowej, wyznaczyć średnie parametry złożowe: zawartość, wydajność i miąższość serii złożowej, dobrać najlepszy system eksploatacji i optymalnie sterować gospodarką złożem),
- profilowanie wyrobisk górniczych (profilowanie pozwala m.in. na prognozowanie geologiczno-górniczych warunków eksploatacji, które mogą występować przed planowanym frontem robót eksploatacyjnych),
- rozpoznanie złoża otworami wyprzedzającymi roboty górnicze (prace wiertnicze pozwalają na szybką ocenę warunków geologicznych, hydrogeologicznych i gazowych panujących przed i na bokach frontu wyrobisk przygotowawczych, które same w sobie spełniają funkcje rozpoznawcze),
- określanie i dokumentowanie parametrów geomechanicznych złoża i skał otaczających (uzyskane informacje pozwalają na określenie klasy stropów, dobór obudowy dla wyrobisk oraz dobór systemu eksploatacji).

Wydobycie rud miedzi na monoklinie przedsudeckiej jest prowadzone od ponad 50 lat. Płytko zalegające pokłady o dużej miąższości zostały wyeksploatowane. Obecnie budowane szyby mają udostępniać złoża leżące na głębokości poniżej 1200 m. Fragment złoża, rozpoznany geologicznie i okonturowany wyrobiskami udostępniająco-przygotowawczymi, jest dzielony na rejonów eksploatacyjnych, z których następnie wydziela się pola eksploatacyjne. Te mają kształt prostokątów, trapezów lub rombów o wymiarach od 200 do 600 m i wybiegu do 2000 m. Obecnie w kopalniach LGOM stosuje się wiele odmian komorowo-filarowych systemów eksploatacji złoża (Katalog 2007). Doboru systemu eksploatacji dokonuje się w oparciu o takie parametry jak miąższość złoża, jego nachylenie, występowanie stref kamiennych czy sposób likwidacji pustek poeksploatacyjnych. Przykładowo jednym z najczęściej stosowanych systemów eksploatacji w Zakładach Górniczych Polkowice-Sieroszowice jest system eksploatacji komorowo-filarowy z ugięciem stropu. Idea systemu polega na wybieraniu złoża systemem komorowo-filarowym z likwidacją wybranej przestrzeni poeksploatacyjnej przez ugięcie warstw stropowych na pozostałościach filarów resztkowych pierwotnych filarów technologicznych. Puste przestrzenie pomiędzy filarami resztkowymi mogą być miejscem lokowania skały pływającej pochodzącej z eksploatacji selektywnej, przebudowy stropów lub mogą ulegać samoczynnemu zaciśnięciu przez osiadanie skał stropowych. Pole wybierkowe powinno być wcześniej okonturowane, co najmniej wiązką dwunitkową wyrobisk przygotowawczych. Szerokość pola powinna wynosić minimum 200 m. Odstępstwem od konieczności wyprzedzającego konturowania złoża jest system eksploatacji komorowo-filarowy z ugięciem stropu i ruchowym filarem zamykającym. Zaletą tego systemu jest brak

konieczności wcześniejszego okonturowania pola wybierkowego wyrobiskami przygotowawczymi (Katalog 2007). Pozwala on na oszczędności związane z drążeniem kosztownych wyrobisk przygotowawczych. Podstawowa wada tego systemu objawia się w przypadku złoża o dużej zmienności i obecności stref kamiennych. W takim przypadku istnieje ryzyko zatrzymania całego frontu eksploatacyjnego na strefie kamiennej, co spowoduje nagłe zatrzymanie produkcji w całym polu eksploatacyjnym. Wraz z postępem eksploatacji na froncie, wstecznie jest wykonywana „likwidacja” filarów technologicznych (tzw. kostek), polegająca na przybieraniu ich w stopniu pozwalającym na przejście w stan pozniszczeniowy. Pomiędzy parcelami zlikwidowanymi utrzymuje się dwie lub trzy komory w otoczeniu zrobów, pozwalające na utrzymanie dróg wentylacyjnych i przenośnika taśmowego. Wraz z postępem frontu eksploatacyjnego przenośnik taśmowy jest wydłużany, co pozwala na skrócenie dróg odstawy urobku z przodków do kraty wysypowej.

Bieżące planowanie robót górniczych w kolejnym miesiącu oparte jest o wyniki ostatniego opróbowania geologicznego, wykonanego w przodkach przewidzianych do eksploatacji w miesiącu następnym. Opróbowanie złoża jest prowadzone w oparciu o wytyczne wewnętrzne przedsiębiorcy (Instrukcja 2011), a uzyskane wyniki są na bieżąco gromadzone w elektronicznej Bazie Danych Geologicznych (Kaczmarek i in. 2014). Fronty robót górniczych w polach eksploatacyjnych niejednokrotnie są rozciągnięte na kilkaset metrów. Powoduje to, że w skali miesiąca postęp linii przodków jest niewielki (15–30 m), co w konsekwencji skutkuje powolnym i ograniczonym eksploatacyjnym rozpoznaniem złoża. W przypadku części złoża o jednorodnych parametrach (miąższość, zawartość Cu, zasobność), możliwe jest planowanie parametrów złożowych w sposób uśredniony dla większej powierzchni złoża lub grupy przodków. Odbioru miesięcznych robót górniczych dokonuje się poprzez obmiar mierniczy postępów i przekrojów chodników górniczych w wyrobiskach wykonanych w bieżącym okresie rozliczeniowym. Obserwowane różnice pomiędzy parametrami złożowymi planowanymi na dany miesiąc, a uzyskanymi w wyniku odbioru robót górniczych na koniec miesiąca mogą być powodowane:

- pogorszeniem lub poprawą parametrów złożowych oszacowanych w wyniku opróbowania geologicznego wykonanego w okresie pomiędzy planowaniem a odbiorem robót górniczych (średnio do obliczeń dochodzi jedna próba bruzdowa na jeden przodek),
- wejściem przodków w strefę bezzłożową (kamienną) lub strefę zaburzeń tektonicznych,
- pogorszeniem warunków stropowych np. poprzez usuwanie skutków wstrząsu lub tąpnięcia (odtworzenie frontu, przebieranie urobionej skały oraz przebudowa wyrobisk transportowych i wentylacyjnych),
- koniecznością odwiercenia otworów badawczych z poziomu wyrobisk (zatrzymanie fragmentu frontu na czas wiercenia otworu),
- wykonaniem większego lub mniejszego zakresu robót górniczych w stosunku do ilości ujętej w planach (zwiększenie powierzchni likwidacji filarów technologicznych kosztem urabianej powierzchni postępu),
- zatrzymaniem postępu robót w wyniku zaistniałego wypadku.

## 2. Rozmyty opis parametrów złoża

W teorii zbiorów rozmytych, inaczej niż w klasycznej teorii mnogości, przynależność elementu do zbioru jest definiowana funkcją przynależności (funkcją charakterystyczną  $\mu(x)$ ), która to przybiera wartości z domkniętego przedziału  $[0, 1]$ . Konkretny element może należeć w pełni do zbioru rozmytego ( $\mu(x) = 1$ ), może nie przynależeć do zbioru rozmytego ( $\mu(x) = 0$ ), może przynależeć częściowo ( $0 < \mu(x) < 1$ ). Szczegółowy opis terminologii zbiorów rozmytych jest dostępny w bogatej literaturze przedmiotu np. Łachwa (2001), a nieco szersze przybliżenie nazewnictwa rozmytego w odniesieniu do opisu parametrów złoża, zostało ukazane w artykule Krzaka (2014).

Opis w nomenklaturze rozmytej umożliwia zastosowanie charakterystyki słownej, gdzie zmiennej lingwistycznej (np. miąższości, zasobności, zawartości miedzi itp.) przyporządkowywane są deskryptywne wartości lingwistyczne: duża, średnia, mała, wysoka, niska itp. Ten nieprecyzyjny opis jest urzeczywistniany funkcją charakterystyczną, gdzie miana „duża”, „średnie” czy „mała” są mianami funkcji przynależności, tzw. granulem (Zadeh 1996).

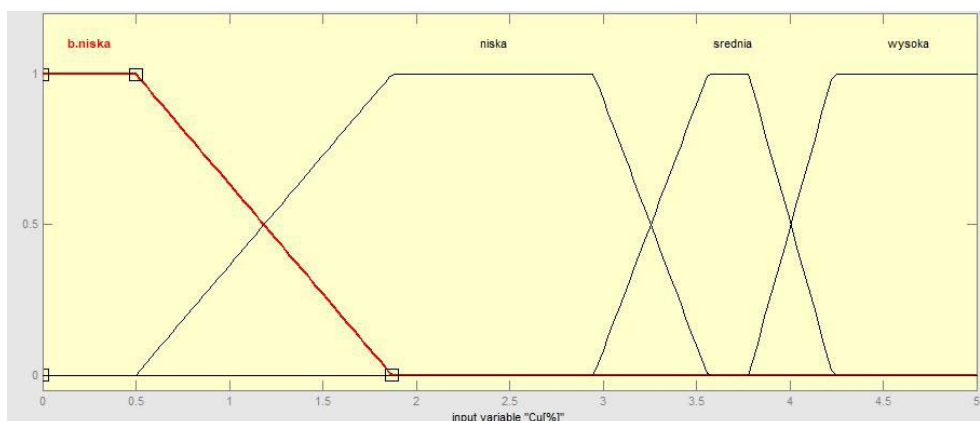
Dalsze rozważania oparto na dwunastu oddziałach eksploatacyjnych, prowadzących roboty górnicze w jednej z kopalń KGHM Polska Miedź SA. Wytypowane oddziały są względem siebie zróżnicowane pod kątem parametrów złożowych (miąższości złoża, litologii rudy, zawartości Cu, zawartości Ag, zasobności itp.) oraz pod kątem warunków i systemów prowadzenia eksploatacji (głębokości zalegania złoża, stopnia zuskokowania, obecności stref kamiennych, długości dróg odstawy itp.) (tab. 1).

TABELA 1. Planowane parametry złoża w oddziałach wydobywczych

TABLE 1. Planned ore deposit parameters in mining divisions

| Oddział wydobywczy | Miąższość złoża [m] | Zawartość miedzi [%] | Zasobność $Cu_{ekw}$ [kg/m <sup>2</sup> ] | Zawartość srebra [g/Mg] | Średnia furta wybierania [m] | Zubożenie kopaliny [%] | Średnia długość odstawy [m] |
|--------------------|---------------------|----------------------|---|-------------------------|------------------------------|------------------------|-----------------------------|
| <b>A</b>           | 1,12                | 3,61                 | 103,88                                    | 57,00                   | 2,72                         | 58,49                  | 600                         |
| <b>B</b>           | 2,45                | 1,73                 | 107,80                                    | 17,11                   | 3,01                         | 18,76                  | 400                         |
| <b>C</b>           | 1,11                | 3,97                 | 109,34                                    | 67,49                   | 2,58                         | 57,09                  | 550                         |
| <b>D</b>           | 1,64                | 1,79                 | 76,03                                     | 37,57                   | 2,29                         | 28,55                  | 650                         |
| <b>E</b>           | 1,24                | 2,59                 | 82,49                                     | 46,38                   | 2,25                         | 44,31                  | 850                         |
| <b>F</b>           | 0,98                | 3,49                 | 87,90                                     | 45,68                   | 2,40                         | 58,11                  | 900                         |
| <b>G</b>           | 1,84                | 3,07                 | 138,28                                    | 79,21                   | 2,63                         | 29,19                  | 850                         |
| <b>H</b>           | 1,25                | 4,26                 | 135,30                                    | 109,34                  | 2,50                         | 49,66                  | 500                         |
| <b>I</b>           | 1,09                | 3,50                 | 97,64                                     | 75,76                   | 2,54                         | 55,82                  | 600                         |
| <b>J</b>           | 1,42                | 3,71                 | 135,37                                    | 44,50                   | 2,46                         | 41,65                  | 700                         |
| <b>K</b>           | 1,08                | 4,30                 | 116,40                                    | 167,39                  | 2,63                         | 59,56                  | 700                         |
| <b>L</b>           | 1,31                | 3,66                 | 123,26                                    | 71,02                   | 2,60                         | 49,34                  | 750                         |

Konstrukcja funkcji przynależności dla parametrów złoża została zrealizowana z wykorzystaniem podejścia aproksymacyjnego (Łachwa 2001), gdzie dla każdego parametru wyróżniono cztery granule, opierając się na decylach rzędu 0,1 i 0,9 oraz kwantylach rzędu 0,25, 0,5 oraz 0,75. Przykładową funkcję charakterystyczną dla zawartości miedzi zobrazowano na rysunku 1, natomiast wartości funkcji przynależności do klas parametrów z poszczególnych oddziałów zestawiono w tabelach 2, 3, 4, 5.



Rys. 1. Funkcje przynależności dla parametru „zawartość miedzi” przybliżone funkcjami trapezowymi (wydruk z programu Matlab)

Fig. 1. Membership function of the term “copper content” approximated with trapezium functions (Matlab software plot)

TABELA 2. Wartość funkcji przynależności do klasy złoża ze względu na zawartość miedzi [%]

TABLE 2. Value of membership function to the ore deposit class in view of the copper content [%]

| Oddział wydobywczy | niska | średnia | wysoka | bardzo wysoka |
|--------------------|-------|---------|--------|---------------|
| A                  | 0,000 | 0,000   | 1,000  | 0,000         |
| B                  | 0,102 | 0,898   | 0,000  | 0,000         |
| C                  | 0,000 | 0,000   | 0,578  | 0,442         |
| D                  | 0,058 | 0,942   | 0,000  | 0,000         |
| E                  | 0,000 | 1,000   | 0,000  | 0,000         |
| F                  | 0,000 | 0,115   | 0,885  | 0,000         |
| G                  | 0,000 | 0,803   | 0,197  | 0,000         |
| H                  | 0,000 | 0,000   | 0,000  | 1,000         |
| I                  | 0,000 | 0,098   | 0,902  | 0,000         |
| J                  | 0,000 | 0,000   | 1,000  | 0,000         |
| K                  | 0,000 | 0,000   | 0,000  | 1,000         |
| L                  | 0,000 | 0,000   | 1,000  | 0,000         |

TABELA 3. Wartość funkcji przynależności do klasy złoża ze względu na zawartość srebra [g/Mg]

TABLE 3. Value of membership function to the ore deposit class in view of the silver content [g/Mg]

| Oddział wydobywczy | niska | średnia | wysoka | bardzo wysoka |
|--------------------|-------|---------|--------|---------------|
| <b>A</b>           | 0,000 | 0,311   | 0,689  | 0,000         |
| <b>B</b>           | 1,000 | 0,000   | 0,000  | 0,000         |
| <b>C</b>           | 0,000 | 0,000   | 1,000  | 0,000         |
| <b>D</b>           | 0,038 | 0,962   | 0,000  | 0,000         |
| <b>E</b>           | 0,000 | 0,941   | 0,059  | 0,000         |
| <b>F</b>           | 0,000 | 0,983   | 0,017  | 0,000         |
| <b>G</b>           | 0,000 | 0,000   | 0,913  | 0,087         |
| <b>H</b>           | 0,000 | 0,000   | 0,000  | 1,000         |
| <b>I</b>           | 0,000 | 0,000   | 1,000  | 0,000         |
| <b>J</b>           | 0,000 | 1,000   | 0,000  | 0,000         |
| <b>K</b>           | 0,000 | 0,000   | 0,000  | 1,000         |
| <b>L</b>           | 0,000 | 0,000   | 1,000  | 0,000         |

TABELA 4. Wartość funkcji przynależności do klasy złoża ze względu na miąższość [m]

TABLE 4. Value of membership function to the ore deposit class in view of the thickness [m]

| Oddział wydobywczy | niska | średnia | duża  | bardzo duża |
|--------------------|-------|---------|-------|-------------|
| <b>A</b>           | 0,000 | 0,929   | 0,071 | 0,000       |
| <b>B</b>           | 0,000 | 0,000   | 0,000 | 1,000       |
| <b>C</b>           | 0,000 | 1,000   | 0,000 | 0,000       |
| <b>D</b>           | 0,000 | 0,000   | 0,529 | 0,471       |
| <b>E</b>           | 0,000 | 0,071   | 0,929 | 0,000       |
| <b>F</b>           | 0,303 | 0,697   | 0,000 | 0,000       |
| <b>G</b>           | 0,000 | 0,000   | 0,000 | 1,000       |
| <b>H</b>           | 0,000 | 0,000   | 1,000 | 0,000       |
| <b>I</b>           | 0,000 | 1,000   | 0,000 | 0,000       |
| <b>J</b>           | 0,000 | 0,000   | 1,000 | 0,000       |
| <b>K</b>           | 0,000 | 1,000   | 0,000 | 0,000       |
| <b>L</b>           | 0,000 | 0,000   | 1,000 | 0,000       |



TABELA 5. Wartość funkcji przynależności do klasy złoża ze względu na zasobność [kg/m<sup>2</sup>]TABLE 5. Value of membership function to the ore deposit class in view of the metal yield [kg/m<sup>2</sup>]

| Oddział wydobywczy | niska | średnia | wysoka | bardzo wysoka |
|--------------------|-------|---------|--------|---------------|
| <b>A</b>           | 0,000 | 0,351   | 0,649  | 0,000         |
| <b>B</b>           | 0,000 | 0,058   | 0,942  | 0,000         |
| <b>C</b>           | 0,000 | 0,000   | 1,000  | 0,000         |
| <b>D</b>           | 0,212 | 0,788   | 0,000  | 0,000         |
| <b>E</b>           | 0,016 | 0,984   | 0,000  | 0,000         |
| <b>F</b>           | 0,000 | 1,000   | 0,000  | 0,000         |
| <b>G</b>           | 0,000 | 0,000   | 0,000  | 1,000         |
| <b>H</b>           | 0,000 | 0,000   | 0,007  | 0,993         |
| <b>I</b>           | 0,000 | 0,818   | 0,182  | 0,000         |
| <b>J</b>           | 0,000 | 0,000   | 0,000  | 1,000         |
| <b>K</b>           | 0,000 | 0,000   | 1,000  | 0,000         |
| <b>L</b>           | 0,000 | 0,000   | 1,000  | 0,000         |

Zrealizowane przypisania wskazują na przynależność konkretnego oddziału do danej klasy. Jak wzmiankowano wcześniej, wartość funkcji charakterystycznej  $\mu(x) = 1$  oznacza pełną przynależność do definiowanej klasy, wartość funkcji charakterystycznej  $\mu(x) = 0$  oznacza brak przynależności do wyróżnionej klasy, podczas gdy wartość ułamkowa cechuje przynależność do dwóch sąsiadujących klas. Powodem tego dualistycznego przyporządkowania jest trudność w jednoznacznym ustaleniu granic zbiorów wynikająca z konwersji miary opisowej do miary ilościowej. W metodologii zbiorów rozmytych wykorzystywane jest tu przybliżenie, iż każdy oddział ma złożę np. o „wysokiej” miąższości, ale w pewnym odmiennym stopniu. I tak miąższość złoża w oddziale wydobywczym D jest w zbliżonej proporcji zarówno w klasie „wysokiej”, jak i „bardzo wysokiej”. Dla kontrastu miąższość złoża w oddziale wydobywczym E jest w wysokim stopniu zaliczona do klasy „wysokiej”, ale także w pewnym, niewielkim zakresie należy do zbioru miąższości „średnich”.

Dysponując wartościami funkcji przynależności dla dowolnych parametrów złoża możliwe jest sterowanie oddziałami przeznaczonymi do eksploatacji. Wybór oddziałów może być przykładowo podyktowany spełnieniem w stopniu możliwie najwyższym dowolnych parametrów, np. wysoka zawartość metali (miedzi i srebra) oraz duża miąższość (tab. 6).

Zastosowanie operatora *MIN* powoduje, że o przynależności do zbioru złoża o wysokiej zawartości metali *I* dużej miąższości decyduje mniejsza z funkcji przynależności, co w ujęciu decyzyjnym jest podejściem najbardziej optymistycznym.

Kolejny przykład dotyczy wyboru oddziału o średniej zasobności lub średniej zawartości srebra (tab. 7).

TABELA 6. Wartości operatorów logicznych MIN zbioru „złoża o wysokiej zawartości metali/dużej miąższości”

TABLE 6. Values of MIN logical operators for a set 'high metal content and large ore deposit thickness'

| Oddział wydobywczy | Wartość operatora |
|--------------------|-------------------|
| <b>A</b>           | 0,071             |
| <b>B</b>           | 0,000             |
| <b>C</b>           | 0,000             |
| <b>D</b>           | 0,000             |
| <b>E</b>           | 0,000             |
| <b>F</b>           | 0,000             |
| <b>G</b>           | 0,000             |
| <b>H</b>           | 0,000             |
| <b>I</b>           | 0,000             |
| <b>J</b>           | 0,000             |
| <b>K</b>           | 0,000             |
| <b>L</b>           | 1,000             |

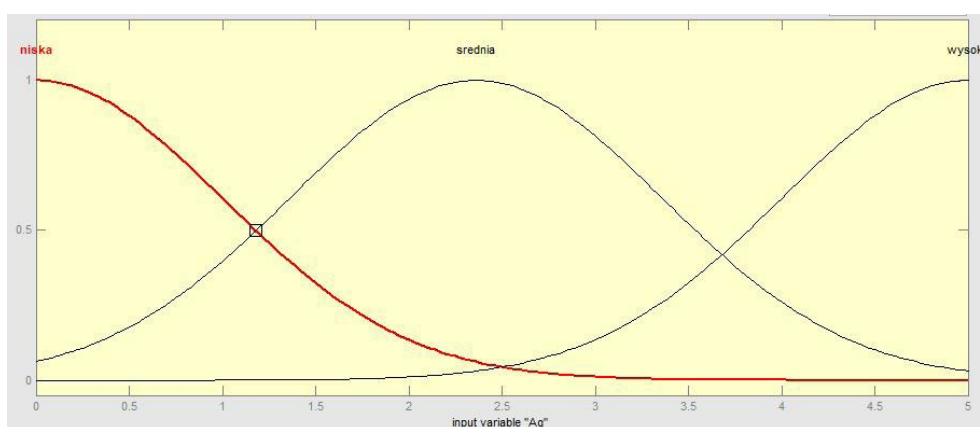
TABELA 7. Wartości operatorów logicznych sumy algebraicznej zbioru złoża o średniej zawartości srebra **lub** średniej zasobności miedzi ekwiwalentnej

TABLE 7. Values of algebraic union for a set medium silver content **or** medium metal yield

| Oddział wydobywczy | Wartość operatora |
|--------------------|-------------------|
| <b>A</b>           | 0,553             |
| <b>B</b>           | 0,058             |
| <b>C</b>           | 0,000             |
| <b>D</b>           | 0,992             |
| <b>E</b>           | 0,999             |
| <b>F</b>           | 1,000             |
| <b>G</b>           | 0,000             |
| <b>H</b>           | 0,000             |
| <b>I</b>           | 0,818             |
| <b>J</b>           | 1,000             |
| <b>K</b>           | 0,000             |
| <b>L</b>           | 0,000             |

Inną korzyścią płynącą z rozmytego opisu parametrów złoża jest możliwość scharakteryzowania złoża w ujęciu subiektywnym. W tym celu można wprowadzić przykładowo na-

stępujące ostre klasy oceny parametrów złoża w skali od 1 do 5: 1 – bardzo słabe (znacznie poniżej średniej w oddziale), 2 – słabe (poniżej średniej), 3 – średnie, 4 – dobre (powyżej średniej w oddziale), 5 – bardzo dobre (znacznie powyżej średniej w oddziale). Przykładową funkcję przynależności zobrazowano na rysunku 2. Podstawą konstrukcji tej funkcji była bazowa charakterystyka statystyczna (odchylenie standardowe i średnia) parametru.

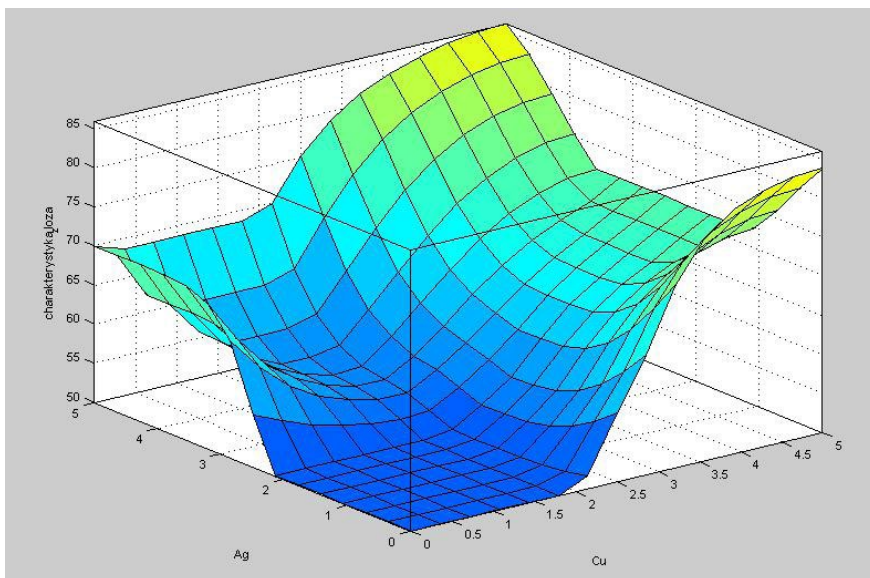


Rys. 2. Funkcje przynależności dla subiektywnej oceny parametru zawartość srebra przybliżone funkcjami Gaussa (wydruk z programu Matlab)

Fig. 2. Membership function for the subjective estimation of the term silver content approximated with Gauss functions (Matlab software plot)

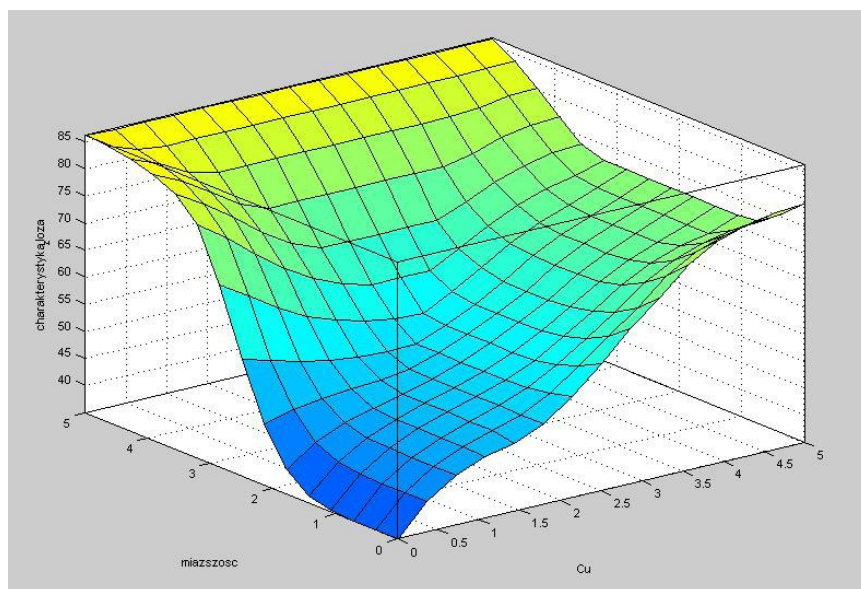
Analogiczne funkcje zostały skonstruowane dla dwóch dalszych parametrów: zawartość miedzi oraz miąższość złoża. Model rozmyty w tym ujęciu pozwala ocenić ogólną charakterystykę złoża (np. niezadowolającą, zadowolającą i bardzo zadowolającą) z punktu widzenia tych trzech parametrów. Wyższa gradacja w opisie jest pochodną wzmiankowanych trzech parametrów, a poprzez implementację odpowiednich reguł w układzie wnioskowania uzyskiwany jest wynik (rys. 3, 4, 5, 6).

Wyniki umożliwiają kategoryzację oddziału do jednej z trzech zaproponowanych klas charakterystyki złoża. W podanym przykładzie (rys. 6) subiektywna ocena parametrów złoża: zawartość miedzi (3), zawartość srebra (3), miąższość złoża (5) kwalifikuje złożo do klasy bardzo zadowolającej.



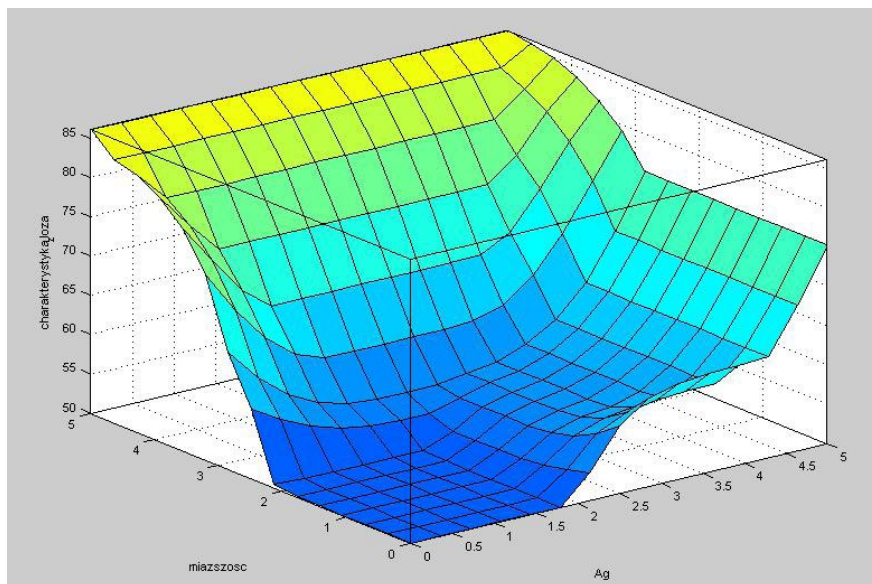
Rys. 3. Powierzchnia sterowania rozmytego dla subiektywnej oceny zawartości miedzi i srebra w oddziałach (wydruk z programu Matlab)

Fig. 3. Surface fuzzy control for a subjective estimation of copper and silver content in the mine divisions (Matlab software plot)



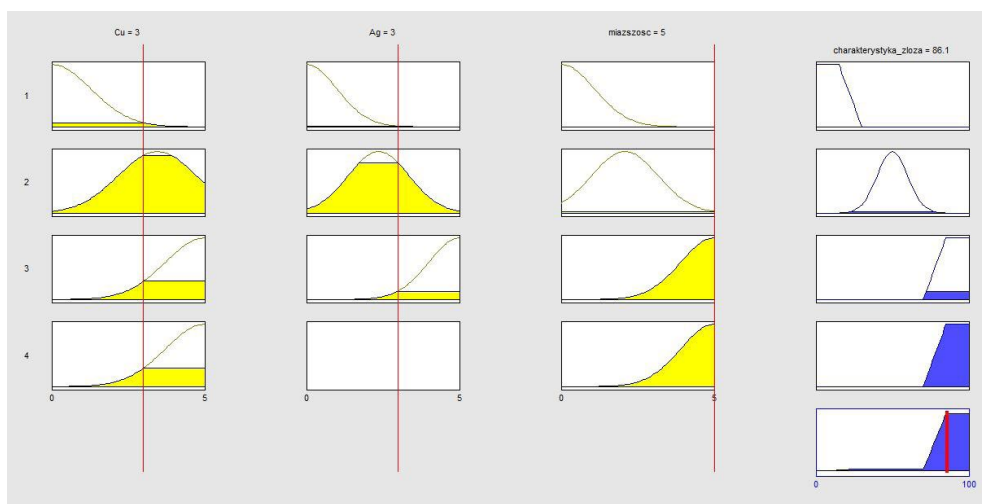
Rys. 4. Powierzchnia sterowania rozmytego dla subiektywnej oceny zawartości miedzi i miąższości złoża w oddziałach (wydruk z programu Matlab)

Fig. 4. Surface fuzzy control for a subjective estimation of copper content and ore deposit thickness in the mine divisions (Matlab software plot)



Rys. 5. Powierzchnia sterowania rozmytego dla subiektywnej oceny zawartości srebra i miąższości złoża w oddziałach (wydruk z programu Matlab)

Fig. 5. Surface fuzzy control for a subjective estimation of silver content and ore deposit thickness in the mine divisions (Matlab software plot)



Rys. 6. Widok okna działania modelu dla oceny oddziałów (wydruk z programu Matlab)

Fig. 6. View of the window of the model functioning for the mine divisions evaluation (Matlab software plot)

## Podsumowanie

Oszacowane parametry złoża: zasoby, objętość, jakość i położenie w przestrzeni, pomijając użytą metodę, cechują się zawsze pewną niedokładnością, wynikającą ze zmienności złoża, jak i stopnia jego rozpoznania. Niepewność co do rzeczywistego obrazu złoża wynika zarówno z naturalnych właściwości obiektu geologicznego, jak i gospodarczego zainteresowania człowieka tego rodzaju komponentem, uznawanym często za zasób majątkowy (aktywno geologiczno-górnictwa). Konstrukcja modelu geologiczno-zasobowego złoża uzależniona jest przede wszystkim od ilości i jakości dostępnych danych. Ich gromadzenie jest najczęstszą przyczyną powstawania niepewności na poszczególnych etapach cyklu rozwoju projektu geologiczno-górnictwa (Jurdziak i Wiktorowicz 2008; Li i in. 2008). Niepewność i pożądana dokładność interpretacji wyników rozpoznania złoża pociąga za sobą generalizowanie wyobrażenia o jego cechach. Oba czynniki zależą od naturalnej zmienności złoża i gęstości sieci obserwacji, co powoduje brak możliwości oceny stopnia zgodności przewidywań z rzeczywistością oraz daje możliwość oszacowania z określonym prawdopodobieństwem błędu oceny średnich wartości parametrów złoża i jego zasobów (Nieć i in. red. 2012).

Model rozmyty ze swoją opisową charakterystyką może być tu pomocnym uzupełnieniem, zwłaszcza że przybliżenie nieprecyzyjnych danych realizowane w tym ujęciu jest łatwe do przeprowadzenia. Subiektywna ocena parametrów złoża na pewnych etapach cyklu geologiczno-górnictwa może stwarzać alternatywę wystarczającą i tańszą podczas wstępnego rozpoznania, nie pociągając za sobą np. kosztownych, dodatkowych badań laboratoryjnych czy robót wiertniczych.

## Literatura

- Bárdossy, G. i Fodor, J. 2005. Assessment of the Completeness of Mineral Exploration by the Application of Fuzzy Arithmetic and Prior Information. *Acta Polytechnica Hungarica* 2(1), s. 15–31.
- Butra i in. 2007 – Butra, J. Bugajski, W. Piechota, S. i Gajoch, K. 2007. Poziome wyrobiska udostępniające i przygotowawcze. [W:] Piestrzyński, A. i in. red. *Monografia KGHM Polska Miedź S.A.* Wyd. 2, Lubin: Wyd. KGHM CUPRUM, s. 343–354.
- Elmas, N. i Sahin, U. 2013 – Computation Of Grade Values Of Sediment-Hosted Barite Deposits in Northeastern Isparta (Western Turkey). *Turkish Journal of Earth Sciences* 22, s. 1–13.
- Instrukcja 2011. *Instrukcja opróbowania złoża rud miedzi i oznaczania składników towarzyszących w KGHM Polska Miedź S.A.* Lubin (oprac. niepubl.).
- Jurdziak, L. i Wiktorowicz, J. 2008. Identyfikacja czynników ryzyka w bilateralnym monopolu kopalni i elektrowni. *Prace Naukowe Inst. Górnictwa Politechniki Wrocławskiej* 123, s. 97–111.
- Kaczmarek i in. 2014 – Kaczmarek, W. Rożek, R. Mrzygłód, M. i Jasiński, W. 2014. Litologia szczegółowa w bazie danych geologicznych KGHM Polska Miedź S.A. *Górnictwo Odkrywkowe* R. LV, nr 2–3, s. 86–91.
- Katalog 2007. *Katalog systemów eksploatacji złóż rud miedzi dla kopalń KGHM Polska Miedź S.A.* Wrocław: KGHM CUPRUM. Praca zbiorowa (oprac. niepubl.).
- Krzak, M. 2014. Deskrypcja parametrów złoża w modelowaniu rozmytym – zarys problematyki. *Zeszyty Naukowe Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN* 88, s. 135–148.
- Łachwa, A. 2001. *Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji.* Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 283 s.
- Nieć i in. red. 2012 – Nieć, M. red. Lemberger, M. Radwanek-Bąk, B. i Górecki, J. 2012. *Metodyka dokumentowania złóż kopalni stałych. Część I. Poszukiwanie i rozpoznawanie złóż. Planowanie i organizacja prac geologicznych.* Kraków: Wyd. IGSMiE PAN, 248 s.

- Pham, T.D. 1997. Grade Estimation Using Fuzzy-Set Algorithms. *Mathematical Geology* 29(2), s. 291–305.
- Piechota, S. 2007. Rozwój systemów eksploatacji złoża rud miedzi w rejonie LGOM. *Biuletyn PIG* 423, s. 23–42.
- Tahmasebi, P. i Hezarkhani, A. 2010. Application of Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System for Grade Estimation; Case Study, Sarcheshmeh Porphyry Copper Deposit, Kerman, Iran. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences* 4(3), s. 408–420.
- Tutmez, B i Dag, A. 2007. Use of Fuzzy Logic in Lignite inventory Estimation. *Energy Sources, Part B. Economics, Planning, and Policy* 2:1, s. 93–103.
- Tutmez, B. 2007. An uncertainty oriented fuzzy methodology for grade estimation. *Computers & Geosciences* 33, s. 280–288.
- Tutmez i in. 2007 – Tutmez, B. Tercan, A.E. i Kaymak, U. 2007. Fuzzy Modeling for Reserve Estimation Based on Spatial Variability. *Mathematical Geology* 39(1), s. 87–111.
- Zadeh, L.A. 1996. Fuzzy sets and information granularity. [W:] *Advances in Fuzzy Systems-Applications and Theory*, Klir G. J., Yuan B., eds, Vol. 6: *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic and Fuzzy Systems*. Selected Papers by Lotfi A. Zadeh. Singapore, s. 433–448.

