



Ewa WARCHALA\*, Anna SZOSTAK-CHRZANOWSKI\*\*, Paweł STEFANEK\*\*\*

## Wykorzystanie MES do prognozowania przemieszczeń terenu wywołanych eksploatacją górnictw

Streszczenie: Podziemna eksploatacja górnictwa wywołuje w górotworze zmiany pól przemieszczeń i naprężeń. W przypadku prowadzenia podziemnej eksploatacji w pobliżu zbiorników odpadów poflotacyjnych niezwykle ważne jest wyznaczenie zakresu osiadania górotworu pod fundamentami podstawy zapór ziemnych otaczających te zbiorniki. Dokładność rozwiązania MES jest głównie zależna od jakości danych geomechanicznych charakteryzujących poszczególne geologiczne warstwy górotworu oraz regiony górotworu, w których prowadzona jest eksploatacja. Jeżeli wartości osiadań na powierzchni obliczone przy zastosowaniu MES i pomierzone niwelacją geodezyjną nie są zgodne, wtedy wartości modułów Younga charakteryzujących regiony eksploatacji są korygowane. W niniejszym artykule została przedstawiona opracowana metoda analizy MES deformacji górotworu dla kopalni podziemnej w celu określenia wpływu eksploatacji górnictwa na przemieszczenia powierzchni terenu w rejonie filara ochronnego zapory zachodniej zbiornika odpadów poflotacyjnych (Obiektu Unieszkodliwiania Odpadów Wydobywczych – OUOW) Żelazny Most. W badanym obszarze prowadzona była eksploatacja górnictwa systemem komorowo-filarowym z ugięciem stropu (R-UO) w latach 2008–2016 oraz planowana jest podobna na lata 2017–2019 systemem komorowo-filarowym z podsadzką hydrauliczną ze względu na zwiększenie miąższości złoża.

Słowa kluczowe: metoda elementów skończonych, eksploatacja górnictwa, deformacje górotworu, obniżenia terenu

## The use of the finite element method in predicting surface subsidence due to underground mining

Abstract: Underground mining extraction causes the displacement and changes of stress fields in the surrounding rock mass. The determination of the changes is extremely important when the mining activity takes place in the proximity of post-flotation tailing ponds, which may affect the stability of the tailing dams. The deterministic

\* Dr inż., KGHM Cuprum Sp. zo.o. Centrum Badawczo-Rozwojowe, Zakład Geodezji;  
e-mail: ewarchala@cuprum.wroc.pl

\*\* Prof. dr hab. inż., Politechnika Wrocławska, Wrocław; e-mail: anna.chrzanowska@pwr.edu.pl

\*\*\* Dr inż., KGHM Polska Miedź S.A. Oddział Zakład Hydrotechniczny, Rudna; e-mail: pawel.stefanek@kgm.com

modeling based on principles of continuum mechanics with the use of numerical methods, e.g. finite element method (FEM) should be used in all problems of predicting rock mass displacements and changes of stress field, particularly in cases of complex geology and complex mining methods. The accuracy of FEM solutions depends mainly on the quality of geomechanical parameters of the geological strata. The parameters, e.g. young modulus of elasticity, may require verification through a comparison with measured surface deformations using geodetic methods. This paper presents application of FEM in predicting effects of underground mining on the surface displacements in the area of the KGHM safety pillar of the tailing pond of the OUOW Żelazny Most. The area has been affected by room and pillar mining with roof bending in the years 2008-2016 and will be further exposed to room-and-pillar extraction with hydraulic filling in the years 2017-2019.

Keywords: Finite Elements Method, mining extraction, rock mass deformation, surface subsidence

## Wprowadzenie

W granicach prowadzenia działalności górniczej znajdują się obiekty na powierzchni oraz wewnątrz górotworu, których ochrona i przeciwdziałanie skutkom działalności górniczej jest jednym z priorytetów. Są to zarówno obiekty powierzchniowe, np. zbiorniki odpadów poflotacyjnych, jak i obiekty podziemne ze szczególnym uwzględnieniem szybów. W celu ochrony tych obiektów pozostawia się niewybrane części złoża zwane filarami ochronnymi. Prowadzenie robót górniczych w filarze ochronnym jest dozwolone pod szczególnymi warunkami, zapewniającymi w dostateczny sposób ochronę przed szkodami górniczymi oraz bezpieczne funkcjonowanie obiektu. Ocena zachowania się górotworu zarówno w granicach terenu górniczego jak i w strefie filara ochronnego jest przeprowadzana na podstawie wyznaczonych deformacji spowodowanych eksploatacją górniczą. Prognoza deformacji powierzchni może być przeprowadzona przy zastosowaniu albo metod empiryczno-geometrycznych, po uprzednim wyznaczeniu jej parametrów dla danego obszaru, lub przy zastosowaniu modelowania deterministycznego zachowania się górotworu. Metoda deterministyczna pozwala na wyznaczenie i prognozowanie deformacji oraz naprężenia w całym górotworze.

W metodach empirycznych oraz geometryczno-całkowych prognozowania osiadania powierzchni terenu spowodowanych działalnością górniczą głównym parametrem charakteryzującym system eksploatacji górniczej jest współczynnik  $a$ , który wyznacza maksymalne obniżenie punktu na powierzchni (Knothe 1984). Maksymalne obniżenie zależy od metody górniczej i grubości eksploatowanego pokładu lub warstwy. Współczynnik  $a$  wyznaczany jest empirycznie na podstawie długoletnich pomiarów geodezyjnych na powierzchni lub przyjmowany na podstawie doświadczenia w podobnych warunkach górniczych. W metodzie deterministycznej parametrami charakteryzującymi metodę górniczą jest geometria regionu górotworu objętego eksploatacją górniczą oraz geomechaniczne parametry, takie jak moduł Younga i liczba Poissona. W niniejszym opracowaniu wyznaczono charakterystyki geomechaniczne rejonu górotworu z wydobyciem systemem komorowo-filarowym i przeprowadzono analizę za pomocą metody elementów skończonych (MES) zachowania się górotworu w rejonie kopalni podziemnej położonej w pobliżu składowiska odpadów poflotacyjnych chronionego filarem ochronnym.

## 1. Analiza MES

W problemach prognozowania przemieszczeń i zmian stanu naprężenia wewnątrz górotworu konieczne jest stosowanie metody deterministycznej, opartej na założeniach mechaniki ciała ciągłego. Do przeprowadzenia rozwiązania deterministycznego konieczna jest znajomość geometrii analizowanego obszaru, obciążeń, *in situ* wartości geomechanicznych parametrów górotworu oraz założeń przyjętego modelu konstytutywnego.

Zastosowanie metod numerycznych, takich jak na przykład metoda elementów skończonych (MES), pozwala na rozwiązanie deterministycznego opisu problemu, który ma skomplikowaną geometrię (uwarunkowania geologiczne, rodzaje systemu eksploatacji) oraz złożone warunki obciążenia oraz charakterystyki poszczególnych regionów górotworu. MES jest stosowana w problemach małej skali, takich jak wyznaczenie naprężeń wokół wyrobisk górniczych (Pawelus 2013; Pytel 2003) oraz w problemach dużej skali (Szostak-Chrzanowski i Chrzanowski 2010; Tajduś 2009). Globalne rozwiązanie ruchów i zmian naprężeń w całym górotworze jest zagadnieniem dużej skali i wymaga uogólnień założonych wartości, które powinny odzwierciedlać wartości *in situ*. Do wyznaczania *in situ* wartości stosuje się techniki skalowania (Bieniawski 1984; Szostak-Chrzanowski i in. 2014) często z wykorzystaniem Systemów Klasyfikacji Górotworu (Bieniawski 1984; Szostak-Chrzanowski i in. 2013; Tajduś 2009).

Weryfikacja parametrów górotworu (eksploatacji górniczej) może być przeprowadzana przy zastosowaniu analizy weryfikacyjnej na podstawie znanych deformacji uzyskanych z pomiarów geodezyjnych (KGHM Polska Miedź S.A. 2007; Walaszczyk i Wiewiórka 2010; Warchala i Szostak-Chrzanowski 2016). Zweryfikowane parametry geomechaniczne eksploatacji górniczej mogą być następnie wykorzystane do prognozowania deformacji powierzchni i wewnątrz górotworu, które mogą powstać w wyniku planowanych w przyszłości robót górniczych.

## 2. Analiza MES na przykładzie zapory zachodniej OUOW ŻELAZNY MOST

### 2.1. Ogólne parametry analizy MES

W przedstawionym w artykule w analizie MES stosuje się model dużej skali. Analiza dotyczy geometrii górotworu od głębokości sięgającej poniżej prowadzonej eksploatacji do powierzchni. Proces modelowania deterministycznego składa się z co najmniej dwóch faz: etapu ustalenia wstępnego stanu naprężeń oraz etapów wyznaczenia zmienionego pola naprężeń ze względu na wybranie kolejnych obszarów eksploatacji (Warchala i Szostak-Chrzanowski 2016).

Weryfikacja parametrów eksploatacji górniczej opiera się na wynikach pomiarów niwelacyjnych (obniżenia). Wybrane przekroje pionowe górotworu powinny obejmować zarówno eksploatację jak i mierzone punkty geodezyjne oraz obiekt w przypadku analizy jego

deformacji. Przyjęta wstępna wartość modułu Younga regionu, obejmującego eksploatację, odbywa się na podstawie opisu systemu eksploatacji górniczej, składającego się z wymiarów filarów i ewentualnie rodzaju podsadzki. Następnie wartość modułu Younga jest weryfikowana na podstawie wartości obniżeń powierzchni terenu obliczonych z pomiarów niwelacyjnych. Proces prognozowania wpływu eksploatacji górniczej na górotwór i powierzchnię może być podzielony na dwa etapy: prognoza planowanej eksploatacji oraz prognoza krótkoterminowa dla eksploatacji górniczej w czynnym polu.

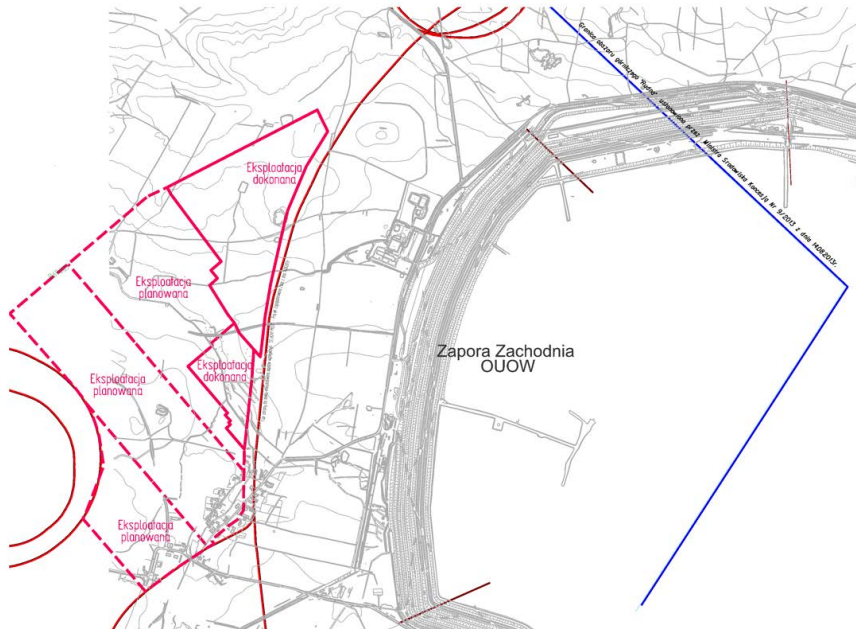
W przypadku kopalni miedzi LGOM wartości modułu Younga dla przyjętego systemu eksploatacji górniczej i sposobu likwidacji pustki zostały ustalone na podstawie wieloletnich badań i analiz geotechnicznych w różnych rejonach górotworu i przy różnych rodzajach eksploatacji. W pierwszej fazie analizy zakłada się najmniejszą wartość modułu Younga. Wraz z postępem eksploatacji górniczej i stosownymi pomiarami geodezyjnymi należy kontrolować stan deformacji, przeliczając co założony okres czasu modele MES. Ważne jest, aby pomiary geodezyjne deformacji terenu rozpocząć przed planowaną eksploatacją.

## 2.2. Przykład zapory zachodniej OUOW

Zastosowanie metody elementów skończonych do prognozowania skutków eksploatacji górniczej przedstawione zostało na przykładzie analizy górotworu w rejonie filara ochronnego zbiornika odpadów poflotacyjnych Obiektu Unieszkodliwiania Odpadów Wydobywczych Żelazny Most (Warchała i in. 2016). Ze względu na wymagane z punktu bezpieczeństwa ograniczenia w wartościach deformacji powstałych zarówno na powierzchni terenu, jak i w rejonie filara ochronnego danego obiektu oraz ze względu na ekonomiczne prowadzenie robót górniczych, ważnym jest odpowiednie dobranie systemu eksploatacji górniczej. Obiekt Unieszkodliwiania Odpadów Wydobywczych Żelazny Most (OUOW) jest jednym z największych składowisk tego typu na świecie, a zarazem największym w Europie. Stanowi on kluczowe ogniwo technologiczne, bez którego produkcja koncentratu miedziowego byłaby niemożliwa. Obiekt jest sukcesywnie nadbudowywany (Stefanek i Romaniuk 2015). Znajduje się on częściowo w granicach terenu górniczego Rudna – rysunek 1. Częścią wspólną przyległego obszaru górniczego i składowiska Żelazny Most jest zapora zachodnia. W pobliżu zapory zachodniej w odległości 700–800 m, wzdłuż filara ochronnego OUOW zlokalizowany jest obszar, w którym prowadzona jest eksploatacja górnicza od 2007 r. W granicach terenu górniczego prowadzone są pomiary deformacji terenu nad obszarami eksploatacji górniczej. Na ich podstawie wyznaczane są obniżenia wszystkich mierzonych punktów pomiarowych.

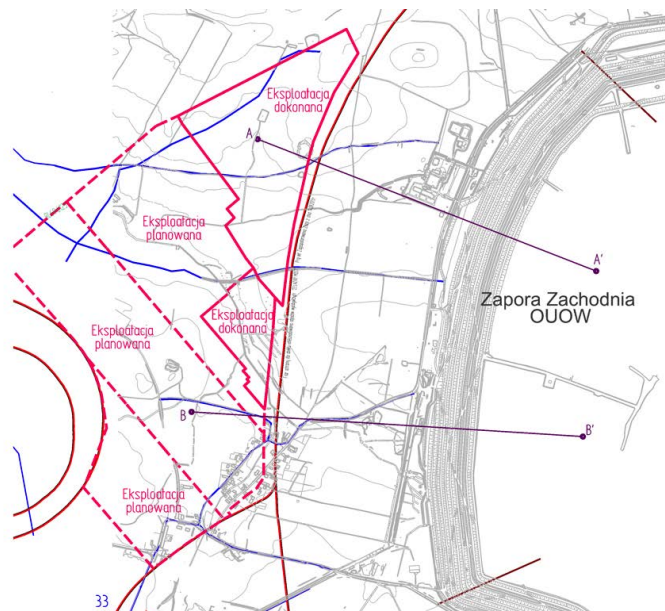
W badanym obszarze prowadzona była eksploatacja górnicza systemem komorowo-filarowym z ugięciem stropu (R-UO) w latach 2008–2016 oraz planowana jest podobna na lata 2017–2019 systemem komorowo-filarowym z podsadzką hydrauliczną ze względu na zwiększenie miąższości złoża. Lokalizację eksploatacji dokonanej i planowanej oraz lokalizację zapory zachodniej OUOW przedstawia rysunek 1.

Analiza została przeprowadzona w dwóch przekrojach: AA' i BB' (rys. 2). W wyborze przekrojów wzięto pod uwagę mapy górnicze obszaru górniczego i numeryczne obiektu



Rys. 1. Lokalizacja zapory zachodniej i prowadzonej eksploatacji górniczej

Fig. 1. Location of the west dam and mining operations



Rys. 2. Położenia przekrojów AA' i BB'

Fig. 2. Locations of AA' and BB' cross-sections

oraz dane dotyczące dokonanej i projektowanej eksploatacji górniczej, budowy i rozbudowy zapory zachodniej, prowadzonych geodezyjnych pomiarów deformacji terenu górnictwa oraz budowy geologicznej górotworu na terenie LGOM (KGHM Polska Miedź S.A. 2007; Warchała i in. 2016) w analizowanym obszarze. Złożoność warstw geologicznych została opisana na podstawie geologicznego przekroju złoża, profili geologicznych w sąsiadującym szybie i w otworach geologicznych na terenie LGOM.

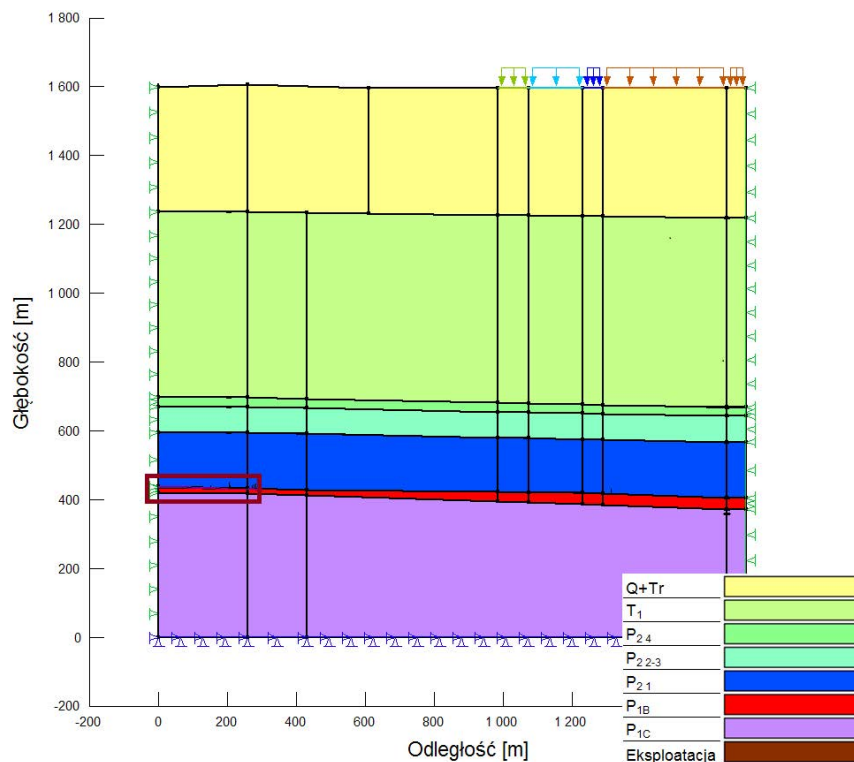
W analizach MES przekrojów AA' i BB' zostały przyjęte parametry geomechaniczne warstw geologicznych według danych udostępnionych przez KGHM Polska Miedź S.A. (KGHM Polska Miedź S.A. 2007). Wykorzystano przeanalizowane wartości parametrów geomechanicznych warstw geologicznych i eksploatacji górniczej uzyskane na podstawie dotychczasowych prac nad tą metodą (Szostak-Chrzanowski i in. 2013; Szostak-Chrzanowski i in. 2014; Warchała i Szostak-Chrzanowski 2015, 2016). Dla poszczególnych regionów odpowiadających warstwom geologicznym, w tym eksploatacji, zostały zdefiniowane materiały na podstawie dostarczonych danych laboratoryjnych. Przeprowadzono skalowanie laboratoryjnej wartości modułu Younga górotworu w celu wyznaczenia wartości *in situ*, charakterystycznych dla LGOM (Warchała i in. 2016; Warchała i Szostak-Chrzanowski 2015, 2016).

W przekroju AA' w obliczeniach zostały uwzględnione wpływy eksploatacji dokonanej. W przekroju BB' uwzględniono wpływy eksploatacji dokonanej i planowanej. Położenie i geometrię wyrobisk górniczych opracowano na podstawie następujących danych: mapy górniczej, mapy izolinii stropu białego piaskowca, mapy izolinii miąższości złoża oraz kart otworów badawczych z poziomu złoża. Zostały przeprowadzone analizy MES z założeniem płaskiego stanu odkształcenia przy założeniu, że górotwór jest materiałem liniowo-sprężystym, a postęp eksploatacji górniczej w rejonie zapory zachodniej został przedstawiony w sposób wyidealizowany. Model ten do opisu wymagał znajomości modułu Younga i liczby Poissona.

W omawianym przykładzie wykonano analizy MES modeli przekrojów AA' i BB' dla poszczególnych stanów czasowych w celu wyodrębnienia wpływu eksploatacji górniczej i przyrostu zapory w tych okresach. Przeanalizowano wyniki przemieszczeń na powierzchni terenu wzdłuż całego modelu (Warchała i in. 2016). Otrzymane przemieszczenia pionowe powierzchni wzdłuż przekrojów AA' i BB' przedstawione są w kolejnych rozdziałach 3 i 4.

### **3. Wyznaczanie przemieszczeń górotworu pod wpływem eksploatacji dokonanej**

Na podstawie odpowiednich danych z zakresu geologii, górnictwa, geodezji, geotechniki i mechaniki górotworu zaprojektowano pionowy przekrój AA' (rys. 2), przez górotwór o wymiarach 1600 × 1700 m. Na jego podstawie wykonano analizę MES (rys. 3), do przeprowadzenia której przyjęto odpowiednie wymiary i dane geomechaniczne poszczególnych warstw geologicznych. Na rysunkach 3 i 6 przedstawiono kolorami poszczególne regiony, odpowiadające kolejnym warstwom geologicznym, zaznaczono ramką fragment modelu

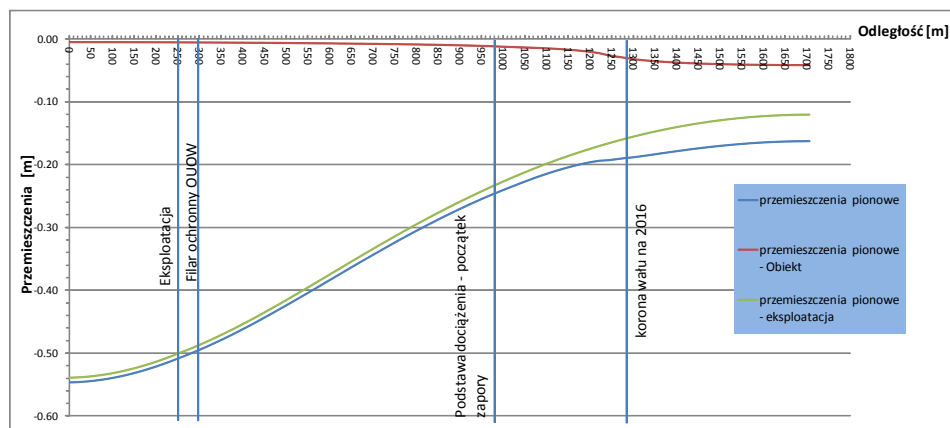


Rys. 3. Geometria i warunki brzegowe modelu MES w przekroju AA'

Fig. 3. Geometry and boundary conditions of FEM model in the AA' cross-section

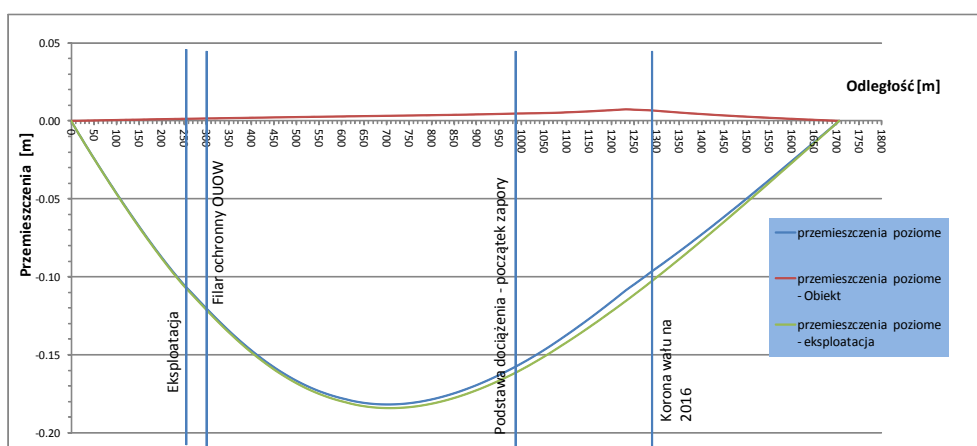
gdzie została zamodelowana Eksploatacja w formie rejonu o wymiarach zbliżonych do rzeczywistych. W wyniku analizy MES górotworu w przekroju AA' wyznaczono stan deformacji powierzchni terenu i górotworu na początku 2016 roku, będący wynikiem wpływu prowadzonej eksploatacji górniczej w latach 2008–2014. Stan ten nie jest stanem końcowym ujawniających się wpływów górniczych, gdyż wpływy górnicze nadal się ujawniają oraz prowadzona jest eksploatacja górnicza w kolejnych polach.

Analizę MES wykonano biorąc pod uwagę prowadzoną eksploatację i ciężar zapory zachodniej, a następnie obliczono wyodrębnione wpływy ciężaru zbiornika i zapory. Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono wyniki przemieszczeń pionowych i poziomych na powierzchni terenu, w tym na przedpolu zapory i pod nią.



Rys. 4. Przemieszczenia pionowe powierzchni terenu w 2016 r.

Fig. 4. Vertical displacements of the surface in 2016



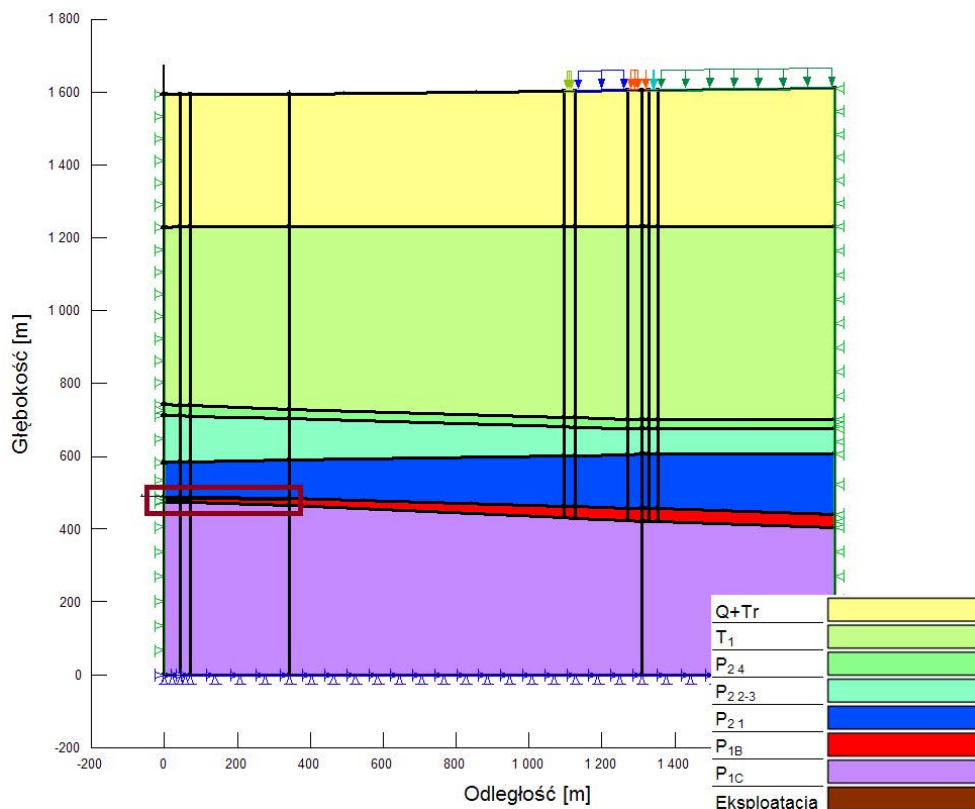
Rys. 5. Przemieszczenia poziome powierzchni terenu w 2016 r.

Fig. 5. Horizontal displacements of the surface in 2016

#### 4. Proces prognozowania deformacji górotworu dla eksploatacji planowanej

W omawianym przykładzie analizy zachowania się górotworu w rejonie zapory zachodniej OUOW wykonano prognozę dla planowanej eksploatacji górniczej, w której określono moduł Younga na podstawie wcześniej wykonanej analizy MES eksploatacji dokonanej.





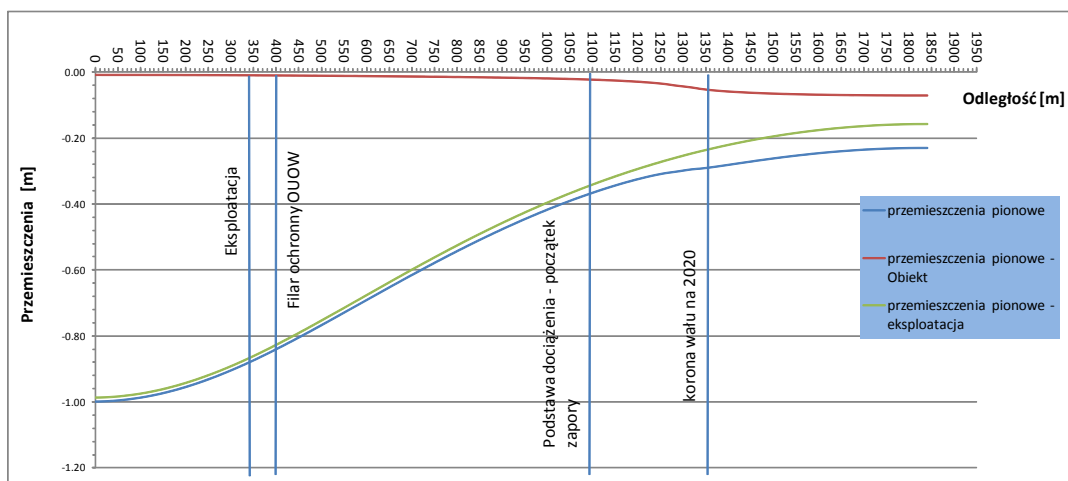
Rys. 6. Geometria i warunki brzegowe modelu MES w przekroju BB'

Fig. 6. Geometry and boundary conditions of FEM model in the BB' cross-section

Na podstawie danych zaprojektowano pionowy przekrój BB' (rys. 2), przez górotwór o wymiarach  $1600 \times 1850$  m i na jego podstawie wykonano model MES (rys. 6).

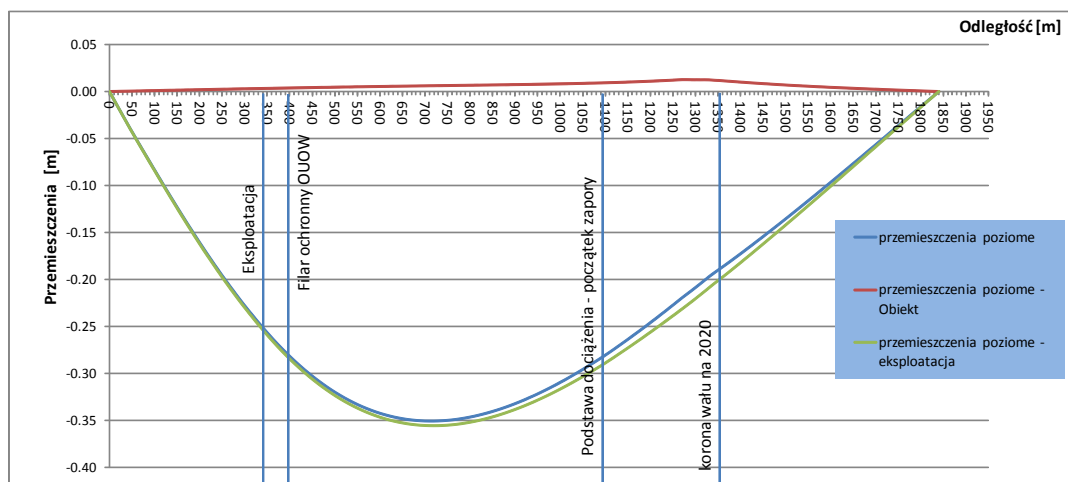
W wyniku analizy MES uzyskano dla przekroju BB' stan deformacji powierzchni terenu i górotworu na początku 2016 roku, będący wynikiem wpływu prowadzonej eksploatacji górniczej i prac przygotowawczych. Stan ten jest stanem początkowym ujawniających się wpływów górniczych. Następnie wykonano prognozę deformacji górotworu dla planowanej eksploatacji górniczej w latach 2017–2019. Obliczono wartości całkowite deformacji, które ujawnią się w ciągu 7–10 lat po zakończeniu eksploatacji. W kolejnych latach w miarę postępu eksploatacji należy wyznaczać stan deformacji opierając się na pomiarach geodezyjnych na liniach obserwacyjnych zlokalizowanych nad tą eksploatacją górniczą. Powodem zmian w prognozowanych deformacjach może być np. zmiana parametrów eksploatacji czy likwidacji zrobów w dostosowaniu do warunków górniczo-geologicznych. Mogą ulec również zmianie warunki rozbudowy zapory zachodniej lub jej ciężaru.

Na rysunkach 7 i 8 pokazano przemieszczenia pionowe i poziome prognozowane jako wpływ eksploatacji planowanej w latach 2017–2020 jak dla przekroju AA'.



Rys. 7. Prognozowane przemieszczenia pionowe powierzchni terenu

Fig. 7. Predicted surface vertical displacements



Rys. 8. Prognozowane przemieszczenia poziome powierzchni terenu

Fig. 8. Predicted surface horizontal displacements

Wartości przemieszczeń pionowych i poziomych powierzchni terenu w kluczowych miejscach z punktu widzenia zapory zachodniej OUOW zestawiono w tabelach 1 i 2.

TABELA 1. Obliczone przemieszczenia pionowe pod zaporą i na przedpolu jako wpływ prowadzonej eksploatacji, ciężaru zapory zachodniej i odpadów poflotacyjnych

TABLE 1. Calculated vertical displacements under dam and in forefield as a result of completed mining operations and dam and tailings weight

Warstwa\Wskaźniki	Przedpole 200 m od zapory	Przedpole 100 m od zapory	Początek wału zapory	Korona wału zapory
	dY [m]	dY [m]	dY [m]	dY [m]
Model AA' stan na 2016 r.				
Powierzchnia terenu	-0,31	-0,28	-0,24	-0,19
Model BB' stan na 2016 r.				
Powierzchnia terenu	-0,09	-0,08	-0,08	-0,08
Model BB' prognoza wpływu dla eksploatacji w latach 2017–2019				
Powierzchnia terenu	-0,48	-0,42	-0,37	-0,29

Znak „-” – przemieszczenia pionowe; dY – obniżenia.

TABELA 2. Obliczone przemieszczenia poziome pod zaporą i na przedpolu jako wpływ prowadzonej eksploatacji, ciężaru zapory zachodniej i odpadów poflotacyjnych

TABLE 2. Calculated horizontal displacements under dam and in forefield as a result of completed mining operations and dam and tailings weight

Warstwa\Wskaźniki	Przedpole 200 m od zapory	Przedpole 100 m od zapory	Początek wału zapory	Korona wału zapory
	dX [m]	dX [m]	dX [m]	dX [m]
Model AA' stan na 2016 r.				
Powierzchnia terenu	-0,18	-0,17	-0,16	-0,10
Model BB' 2007–2016 r.				
Powierzchnia terenu	-0,05	-0,05	-0,05	-0,03
Model BB' prognoza wpływu dla eksploatacji w latach 2017–2019				
Powierzchnia terenu	-0,33	-0,31	-0,28	-0,19

Znak „-” – przemieszczenia poziome; dX – kierunek do eksploatacji.

## Wnioski

Projektowanie i analiza MES modeli wielkoskalowych na przekrojach geologicznych musi odpowiadać specyfice zarówno rodzajowi kopalni podziemnej jak i danego rejonu w ramach tej kopalni.

Uzyskane wyniki pozwalają na wskazanie zasięgu stref przemieszczeń górotworu pod zaporą zachodnią OUOW spowodowanych aktywnością górnictwem w rejonie filara ochronnego OUOW. Wpływy górnictwem zlokalizowane są na przedpolu jak i pod zaporą. Należy więc uwzględnić je w analizach MES dotyczących bezpośrednio samego obiektu.

Pomiary na wybranych liniach obserwacyjnych prowadzone przez wiele lat w trakcie i po zakończeniu eksploatacji górnictwem należy uwzględnić w procesie weryfikacji obu modeli. Istotne będzie określenie czasokresów weryfikacji modeli w zależności od sytuacji górnictwem-geologicznej i projektu rozbudowy zapory zachodniej OUOW. Celem będzie stałe monitorowanie wartości i kierunku przemieszczeń pod zaporą. Obliczone prognozowane deformacje górotworu dla planowanej eksploatacji górnictwem w latach 2017–2019 są wartościami sumarycznymi, które będą ujawniać się w okresie 7–10 lat po zakończeniu tej eksploatacji w warunkach LGOM.

Przedstawiona metoda analizy MES deformacji górotworu może być zastosowana, oprócz obiektów na powierzchni terenu, również do szybów i wyrobisk górnictwem wewnątrz filara ochronnego (Warchala i Szostak-Chrzanowski 2016). Ważnym problemem w tej metodzie jest określanie modułu Younga dla konkretnego systemu eksploatacji górnictwem, w tym dla danego rodzaju kopalni podziemnej, czy wręcz rejonu prowadzonej eksploatacji.

## Literatura

- Bieniawski, Z.T. 1984. *Rock Mechanics Design and Tunneling*. Balkema.
- Chrzanowski i in. 1997 – Chrzanowski, A., Monahan, C., Roulston, B. i Szostak-Chrzanowski, A. 1997. Integrated Monitoring and Modeling of Ground Subsidence in Potash Mines. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* Vol. 34, No. 3/4, s. 621.
- KGHM Polska Miedź S.A., 2007. *Monografia KGHM Polska Miedź S.A.*, Praca zbiorowa, Lubin.
- Knothe, S. 1984. *Prognozowanie Wpływów Eksploatacji Górnictwem*. Publisher Śląsk.
- Stefanek, P. i Romaniuk, D. 2015. Zastosowanie monitoringu geotechnicznego i środowiskowego na obiekcie unieszkodliwiania odpadów wydobywczych Żelazny Most. *Inżynieria morska i geotechnika* nr 3, s. 376–381.
- Pawelus, D. 2013. Ocena stateczności wyrobisk korytarzowych w rejonie szybu R-XI z wykorzystaniem sprężysto-plastycznego modelu górotworu i kryterium Coulomba-Mohra. *Cuprum: czasopismo naukowo-techniczne górnictwa rud* nr 4, s. 21–40.
- Pytel, W. 2003. Ocena wpływu bliskiej eksploatacji na stan naprężeń i odkształceń w obudowach szybów kopalń LGOM. Część II. Ocena wpływu eksploatacji na stan naprężeń i odkształceń w obudowie szybowej na podstawie modelowania numerycznego. *Rudy i Metale Nieżelazne* R. 48, nr 1, 18–28.
- Szostak-Chrzanowski, A. i Chrzanowski, A. 2010. *Introduction to Modeling of Rock Strata Deformation*. ISBN 978-1-55131-143-2, Published by UNB, 225 s.
- Szostak-Chrzanowski i in. 2013 – Szostak-Chrzanowski, A., Chrzanowski, A., i Warchala, E. 2013. *Modeling of Stress Distribution due to Mining Operation in Previously Disturbed Rock Mass, Proceedings of XII Conference on Mining Surveying and Surface Protection in Mining Areas*, Brenna, Poland, 12–14 June, s. 538–546.
- Szostak-Chrzanowski i in. 2014 – Szostak-Chrzanowski, A., Chrzanowski, A., i Warchala, E. 2014. *Effects of Geological Faults on the Rock Mass Deformation in Open Pit Mines*, Schriftenreihe des Institutes für Markscheidewesen und Geodäsie an der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, 14-th Geomat-scher Tag, Freiberg, Germany.
- Tajduś, K. 2009. *Określenie wartości parametrów odkształceniowych górotworu uwarstwionego w rejonie wpływów eksploatacji górnictwem*. Rozprawa doktorska. Akademia Górnictwem-Hutnicza, Kraków.

- Walaszczyk, J. i Wiewiórka, D. 2010. Wykorzystanie pomiarów geodezyjnych do identyfikacji cyfrowych modeli górotworu. *Bezpieczeństwo Pracy i Ochrona Środowiska w Górnictwie* nr 4 23–27.
- Warchala i in. 2016 – Warchala, E., Szostak-Chrzanowski, A. i Błachowski, J. 2016. *Zintegrowana analiza MES stateczności zapory zachodniej OUOW w warunkach dokonanej i planowanej eksploatacji górniczej*. Praca niepublikowana, KGHM CUPRUM Sp. z o.o. Centrum Badawczo-Rozwojowe.
- Warchala, E. i Szostak-Chrzanowski, A. 2015. Integrated Analysis of Rock Mass Deformation within Shaft Protective Pillar. *Mining Science* Vol. 22.
- Warchala, E., Szostak-Chrzanowski, A. 2016. *Analiza deformacji górotworu w filarach ochronnych szybów górniczych*. Wydział Geoinżynierii, Górnictwa i Geologii Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.

